

Aportaciones al control de vehículos aéreos no tripulados en México

Hugo Rodríguez-Cortés *

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, Delegación Gustavo A. Madero, San Pedro Zacatenco, 07360 Ciudad de México, México

To cite this article: Rodríguez Cortés, H. 2022. Mexican researchers contributions to unmanned aerial vehicles control. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 19, 430-441. <https://doi.org/10.4995/riai.2022.16870>

Resumen

La masificación de los sistemas micro electromecánicos (SMEM) hizo posible el uso de sensores inerciales y visuales en vehículos aéreos no tripulados (VANTs) de pequeñas dimensiones y bajo costo. Este hecho reforzado con herramientas de la teoría de control automático y las ingenierías aeronáutica, mecatrónica e informática ha permitido lograr niveles de autonomía sorprendentes en este tipo de vehículos. Este trabajo describe una cronología sobre el desarrollo de vehículos aéreos no tripulados realizados por investigadores mexicanos en función de la accesibilidad a dispositivos con tecnología SMEM. Además, se presenta una solución al problema de seguimiento de trayectorias para el vehículo multi rotor conocido como cuatrirotor. El algoritmo de control se sintetiza siguiendo la metodología conocida como sistema de control total de la energía (SCTE). La estrategia de control propuesta se evalúa experimentalmente en tiempo real estricto utilizando un cuatrirotor hecho en casa.

Palabras clave: Vehículos Aéreos No Tripulados, Control basado en Energía, Tiempo Real.

Mexican researchers contributions to unmanned aerial vehicles control.

Abstract

The massification of microelectromechanical systems made possible the use of inertial and visual sensors in small and low-cost unmanned aerial vehicles. This fact, reinforced with tools from automatic control theory and aeronautical, mechatronics, and computer engineering, has made it possible to achieve surprising levels of autonomy in this type of vehicle. This work describes a chronology of the development of unmanned aerial vehicles carried out by Mexican researchers based on the accessibility to devices with SMEM technology. In addition, a solution to the trajectory tracking problem for the multi-rotor vehicle known as a quadrotor is presented. The control algorithm is synthesized following the total energy control system (SCTE) methodology. The proposed control strategy is experimentally evaluated using a homemade quadrotor in strict real-time.

Keywords: Unmanned Aerial Vehicles, Energy based control, Real Time.

1. Desarrollo de VANTs en México

El término vehículo aéreo no tripulado (VANT) proviene del término en inglés Unmanned Aerial Vehicle (UAV) y hace referencia a un vehículo aéreo propulsado, sin tripulación a bordo, que utiliza fuerzas aerodinámicas para generar fuerzas de levantamiento, puede volar de forma autónoma o ser pilotado remotamente, puede ser recuperable o desechable y puede transportar carga de pago letal o no letal, The Free (2021). El nombre popular para un VANT en español es dron. Un VANT

puede operar con diferentes niveles de autonomía, si es pilotado remotamente recibe el nombre de vehículo aéreo pilotado remotamente (VAPR) del término en inglés Remotely Piloted Aircraft (RPA). Un VANT puede ser parte de un sistema aéreo no tripulado (SANT), del término en inglés unmanned aircraft system (UAS), Organization (2017).

1.1. Antes de la masificación de los SMEM

En 1979, en la Escuela de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME) del Instituto Politécnico Nacional (IPN) inician los

esfuerzos para desarrollar un VAPR de ala fija de 3,75 metros de envergadura, a petición de la Secretaría de Recursos Hidráulicos. El objetivo de este proyecto, conocido como Tláloc I, era estudiar la estimulación artificial de lluvia Gutierrez-Torres and Paz (2008). El proyecto se detuvo en un modelo de vuelo a escala. En 1997, en esta misma escuela, se inicia el proyecto Buscador con el objetivo de diseñar el primer VANT autónomo de ala fija en México. Este proyecto busca por primera vez en México integrar a las ingenierías de control y aeronáutica Gutierrez-Torres and Paz (2008).

1.2. Los SMEMs se vuelven accesibles

El primer VANT de ala fija mexicano fue desarrollado por un grupo de empresas tecnológicas del estado de Jalisco en el 2002. Una aeronave llamada S3 Mantra con un rango de 80 kilómetros, velocidad máxima de 148 kilómetros por hora y autonomía de seis horas. Con esta aeronave se funda la empresa Hydra Technologies de México, en el año 2005, Guevara (2015). Hydra Technologies de México se encuentra en el mercado de VANTs desde el 2002 por lo que puede considerarse la empresa mexicana de VANTs más exitosa. Hydra Technologies de México participa activamente en la Feria Aeroespacial Mexicana (FAMEX) y actualmente provee de VANTs para vigilancia aérea a la Secretaría de la Defensa Nacional y a la Guardia Nacional. Este año, Hydra Technologies de México anunció una inversión de noventa millones de pesos en nuevas tecnologías para VANTs, Castro (2021).

En 1999, la compañía canadiense Draganfly introduce al mercado su primer VANT de ala rotativa de dimensiones pequeñas en configuración cuatrirotor, operado a control remoto Draganfly (2021). Su costo accesible lo convirtió en un vehículo popular extensamente utilizado en laboratorios de investigación con el objetivo de implementar estrategias de control. Sus dimensiones pequeñas y bajo peso facilitaron su funcionamiento seguro dentro de un laboratorio; su capacidad de comunicación por radiofrecuencia permitía sustituir al operador por una computadora utilizando una tarjeta de adquisición de datos.

El laboratorio Heudiasyc UMR-CNRS 6599 de la Universidad de Tecnología de Compiègne en Francia junto con la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de la Laguna en Coahuila, México toman el liderazgo en diseño e implementación en tiempo real de algoritmos de control para un vehículo tipo cuatrirotor utilizando el dron de Draganfly, Lozano et al. (2004b), Lozano et al. (2004a). Los productos de estos primeros años de investigación por parte de este equipo franco-mexicano dan lugar a la publicación del libro Castillo et al. (2005). Aunque los resultados obtenidos por este grupo franco-mexicano fueron innovadores, aún había problemas por resolver para lograr el objetivo de implementar abordó un algoritmo de control para el cuatrirotor. Primero, el cuatrirotor que se utilizaba estaba diseñado para actividades de recreación, por lo tanto, implementaba un controlador interno para estabilizar la dinámica rápida. Este controlador utilizaba mediciones de un conjunto de giróscopos para estabilizar la orientación del vehículo. De tal forma que aunque los algoritmos de control propuestos en Lozano et al. (2004a), Lozano et al. (2004a) se diseñaban al nivel de fuerza y momentos su implementación directa no era posible. Segundo, la posición espacial del cuatrirotor se determinaba utilizando el sistema Polhemus, un

sistema de posicionamiento basado en campos electromagnéticos Polhemus (2002). El funcionamiento del sistema Polhemus dentro de un laboratorio experimentaba interferencia de cualquier dispositivo generando un campo magnético introduciendo ruido en las mediciones.

1.3. Los sensores SMEM se masifican.

En la primera década de este siglo, en todo el mundo se realizan importantes esfuerzos para controlar la posición espacial y la orientación de vehículo cuatrirotor simultáneamente. Es decir, ya no se desea utilizar un cuatrirotor comercial con un controlador interno Bouabdallah and Siegwart (2007). Lograr este objetivo requiere de un sistema de sensores que permitan determinar la posición y la orientación del cuatrirotor. Una solución de bajo costo para determinar la orientación surge con la introducción de unidades de medición inercial (IMU del inglés, inertial measurement unit) de grado industrial, de bajo peso. Una IMU es un conjunto de acelerómetros, giróscopos y magnetómetros tridimensionales. Al proveer a la IMU de un algoritmo que fusione la información de sus sensores para determinar la orientación del vehículo se convierte en una unidad de referencia de orientación y rumbo (AHRS del inglés, attitude and heading reference system). Las empresas Microstrain y Xsens toman el liderazgo en la comercialización de AHRSs grado industrial de bajo costo. La solución al problema de determinar la posición del cuatrirotor surge con el uso de sistemas de posicionamiento basados en cámaras infrarrojas. Estos sistemas de posicionamiento ya eran utilizados en las industrias médica y cinematográfica. Las empresas Vicon y Optitrack asumen el liderazgo adaptando sus sistemas de posicionamiento para utilizarse en robótica móvil. La introducción de AHRSs de bajo peso junto con los sistemas de posicionamiento basados en cámaras infrarrojas y la aparición de procesadores digitales de señales de bajo peso y altas prestaciones le dieron un gran impulso al desarrollo de vehículos aéreos no tripulados.

Los primeros trabajos sobre control de vehículos aéreos realizados en México fueron publicados en 1999. En Sira-Ramirez et al. (1999) se presenta una solución al problema de seguimiento de trayectorias para un helicóptero. En Estrada et al. (2006), una colaboración entre la ESIME Unidad Ticomán y el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (CINVESTAV), se propone un control para seguimiento de trayectorias utilizando la técnica de adición de integradores (backstepping) para un cuatrirotor. En Rejon and Aranda-Bricaire (2006), utilizando técnicas de control en tiempo discreto se propone un control de posición para un cuatrirotor. En los trabajos Rejon and Aranda-Bricaire (2007), Rejon and Aranda-Bricaire (2008), se presenta un esquema de control de posición para el cuatrirotor sin medición de los ángulos de orientación siguiendo un enfoque de control discreto para sistemas lineales. Los resultados teóricos se evalúan utilizando al cuatrirotor de Draganfly como plataforma experimental y proponiendo una alternativa al sistema Polhemus, basada en mediciones ultrasónicas. El sistema de posicionamiento propuesto funciona en un espacio reducido; no se logra desconectar al controlador interno del Draganfly. Debido a que los trabajos reportados en Sira-Ramirez et al. (1999), Estrada et al. (2006) y Rejon and Aranda-Bricaire (2006) solo incluyen simulaciones numéricas, los primeros resultados experimentales en VANTs desarrollados por únicamente investi-

gadores mexicanos son los reportados en Rejon and Aranda-Bricaire (2007) y Rejon and Aranda-Bricaire (2008).

En el 2008 se instala en el CINVESTAV el Laboratorio Franco-Mexicano de Informática y Automática (LAFMIA, Laboratoire Franco-Mexicaine d'Informatique et Automatique) una Unidad Mixta Internacional (UMI, Unité Mixte Internationale) del Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS, Centre National de la Recherche Scientifique). LAFMIA le da un impulso sin precedentes al desarrollo de VANTs en México. Por otro lado, la Secretaría de Marina, en su Instituto de Investigación y Desarrollo Tecnológico de la Armada de México (INIDETAM), fundado en 2002, había diseñado un SANT llamado Sistema de Patrullaje Autónomo de Reconocimiento Táctico Aéreo para la Armada de México (SPARTAAM). El SANT SPARTAAM ha sido validado en tareas reales de seguridad. LAFMIA e INIDETAM hacen sinergia y organizan el primer Simposio Mexicano de Vehículos Aéreos No Tripulados (SIMEVANT) en el 2013. Este simposio reúne a todos los investigadores mexicanos trabajando en el área de vehículos autónomos. El último SIMEVANT se llevó a cabo en el 2019. En 2016, LAFMIA crea la maestría en Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina (SANAS) renovando el ímpetu al desarrollo de vehículos aéreos en México.

En el periodo comprendido entre 2007 y 2012 uno de los retos tecnológicos en México era la implementación de algoritmos de control en un cuatrirotor sin la presencia de un autopiloto comercial. Algunos resultados en este sentido, con al menos un investigador mexicano como participante, se publicaron en Romero et al. (2010), Carrillo et al. (2011), Carrillo et al. (2012), Guerrero-Castellanos et al. (2011), Sanchez et al. (2012), Guerrero-Castellanos et al. (2014), Corona-Sánchez and Rodríguez-Cortés (2013), González et al. (2014). En estas últimas tres referencias se realiza control de la orientación del cuatrirotor con procesamiento a bordo en vuelos experimentales en el exterior. En Carrillo et al. (2011) y Carrillo et al. (2012) se realiza el control de posición y orientación simultáneo en interiores utilizando visión artificial para determinar la posición del cuatrirotor. El dispositivo faltante para lograr la implementación de un algoritmo de control para un cuatrirotor realizando el cómputo a bordo era la computadora de vuelo. En este periodo aparecen varios autopilotos tales como Arducopter, Openpilot, Mikrocopter, Pixhawk, Mikrokopter, kkmulticopter, Aeroquad.

Entre 2014 y 2016 llega a México el sistema de visión por cámaras infrarrojas de Optitrack. Este sistema permite determinar la posición y orientación de un cuerpo rígido dentro del campo de visión de al menos tres cámaras a una velocidad de 120Hz. En Muñoz et al. (2015) se propone un control por modos deslizantes para controlar la altura y la orientación de un cuatrirotor, la estrategia de control se valida experimentalmente utilizando el autopiloto de Pixhawk y el sistema de posicionamiento Optitrack. En Guadarrama-Olvera et al. (2014) se presenta un control para seguimiento de trayectorias utilizando una tarjeta de control basada en el procesador de Texas Instruments TMS320F28335, una AHRS de Xsens y el sistema Optitrack. En este trabajo se incluye un análisis detallado de la programación en tiempo real de las tareas de lectura de sensores y cálculo del algoritmo de control. En ambos trabajos el algoritmo de control se realiza a bordo del vehículo la única diferencia en Muñoz et al. (2015) utilizando el autopiloto de Pixhawk, y

en Guadarrama-Olvera et al. (2014) una computadora de vuelo hecha en casa.

En el 2010 la empresa francesa Parrot introduce al mercado un modelo de cuatrirotor denominado Ar Drone 2.0 con comunicación por WiFi a un teléfono inteligente o a una computadora. Pronto el Ar Drone 2.0 se convierte en el caballo de batalla para implementar algoritmos de control. En Bristeau et al. (2011) los diseñadores del Ar Drone 2.0 publicaron detalles del controlador interno atrayendo a más usuarios de la comunidad de control y de otras áreas afines. El Ar Drone 2.0 se ha utilizado para validar experimentalmente algoritmos de control para sistemas multiagente Rosaldo-Serrano et al. (2019), Rojo-Rodríguez et al. (2019). La última versión de este dron, el Bebop, ya implementa algoritmos de localización y mapeo simultáneo (SLAM) por lo que se utiliza en tareas avanzadas como carreras de drones, manipulación aérea, inspección y navegación autónoma Rojas-Perez and Martínez-Carranza (2021), Lopez Luna et al. (2020). Los drones de Parrot permitieron a otras comunidades científicas realizar investigación sobre drones, por ejemplo la comunidad de informática e inteligencia artificial. Un hecho destacable es el segundo lugar obtenido por el equipo QuetzalCauhtli del Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (INAOE) en la categoría interiores en la competencia de la IMAV 2016 (2016), y el primer lugar en la carrera de drones en la IMAV 2017 Moon et al. (2019) utilizando el dron Bebop.

Aproximadamente en el año 2016 las publicaciones de investigadores mexicanos en el área de control de VANTs se incrementan considerablemente. En los eventos tradicionales como la Conference on Decision and Control (CDC), American Control Conference (ACC), European Control Conference (ECC), entre otras. Además de nuevas conferencias especializadas en vehículos aéreos no tripulados como la International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), el International Workshop on Research, Education and Development on Unmanned Aerial Systems (RED-UAS) y la International Micro Air Vehicle Conference and Competition (IMAV). Hoy en día el número de publicaciones de investigadores mexicanos en esta área de investigación es alto y las afiliaciones están distribuidas en varias universidades y centros de investigación de México. En México también se ha desarrollado investigación sobre el control de VANTs de ala fija, por ejemplo en Brezoescu et al. (2013), Espinoza et al. (2014), Brigido-González and Rodríguez-Cortés (2016) y Malo Tamayo et al. (2020). Básicamente en estos trabajos el conocimiento desarrollado para cuatrirotos se transfirió a las aeronaves de ala fija.

En la actualidad la investigación sobre VANTs en México tiene un nivel de competencia internacional especialmente en el diseño de controladores para VANTs. El volumen actual de publicaciones de investigadores mexicanos en esta área es vasto por lo que sería aventurado citar las publicaciones de un solo año. Existen áreas de oportunidad como aplicaciones de los VANTs en agricultura de precisión, inspección de infraestructura, valuación catastral, y diseño de nuevas configuraciones de VANTs, por ejemplo, aeronaves híbridas, aeronaves convertibles. En esta segunda área de oportunidad los resultados en México son limitados, algunas publicaciones en este sentido son Rodríguez-Cortés and Arias-Montaña (2012), Escobar-Ruiz et al. (2019).

Este trabajo se organiza en la siguiente forma. La sección 2 presenta el modelo dinámico del cuatrorotor, describe propiedades del modelo dinámico y define el problema de control. La sección 3 describe el enfoque sistema de control total de la energía (TECS). Una versión preliminar de este controlador se reportó en Vázquez-Beltrán and Rodríguez-Cortés (2015). La sección 4 presenta el diseño del algoritmo de control. La evaluación experimental del algoritmo de control propuesto se realiza en la sección 5. Finalmente, la sección 6 presenta las conclusiones de este trabajo.

2. Modelo del cuatrorotor

El vehículo cuatrorotor tiene una estructura mecánica rígida en forma de cruz. En el centro de esta estructura se montan los sistemas electrónicos así como la batería. En cada extremo de la estructura se instalan los rotores; un rotor es el ensamble motor eléctrico-hélice, ver Figura 1.

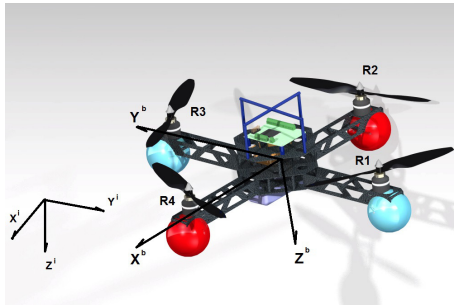


Figura 1: Ejes cuerpo y ejes inerciales en un cuatrorotor.

El modelo dinámico de un cuatrorotor es equivalente al modelo dinámico de un cuerpo rígido en el espacio bajo la acción de las fuerzas y momentos externos. La descripción del modelo dinámico requiere dos sistemas coordenados. Un sistema coordenado inercial y un sistema coordenado no inercial fijo al centro de gravedad del cuerpo rígido, conocido como ejes cuerpo. Al asumir que el vehículo es rígido y que su centro de gravedad coincide con su centro geométrico; el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales describe su modelo dinámico

$$\begin{aligned} m\dot{X} &= R^T F_g^i + F_p^b + F_a^b \\ \dot{R} &= R\Omega^\wedge \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega^\wedge J\Omega + M_p^b + M_a^b \end{aligned} \quad (1)$$

donde $X = [x \ y \ z]^T$ es la posición del cuatrorotor respecto a los ejes inerciales y $R \in SO(3)$ es la matriz que describe la orientación del cuatrorotor con, Fecko (2006)

$$SO(3) = \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid R^T R = I, \det(R) = 1\} \quad (2)$$

donde $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz identidad. Además, m la masa del cuatrorotor, $\Omega = [p \ q \ r]^T$ la velocidad rotacional expresada en ejes cuerpo y $(\cdot)^\wedge$ una transformación de \mathbb{R}^3 al algebra de Lie $\mathfrak{so}(3)$ de $SO(3)$ definida como, Fecko (2006)

$$\mathfrak{so}(3) = \{\omega_1^\wedge \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid \omega_1 \times \omega_2 = \omega_1^\wedge \omega_2, \forall \omega_1, \omega_2 \in \mathbb{R}^3\} \quad (3)$$

Finalmente, J la matriz de inercia, F_i^b y M_i^b con $i = g, a, p$ las fuerzas y momentos externos, respectivamente, expresados en

ejes cuerpo. Los subíndices g , a y p se refieren a gravedad, aerodinámica y propulsión, respectivamente. F_g^i es la fuerza de gravedad expresada en ejes inerciales.

El espacio de matrices $SO(3)$ tiene dimensión 3 y es no Euclidiano. Debido a su no linealidad y al elevado número de parámetros que describen a $SO(3)$ es común utilizar representaciones localmente Euclidianas, como los ángulos de Euler, o representaciones no Euclidianas con un número menor de parámetros como los cuaternos unitarios. Sin embargo, estas representaciones no son capaces de describir de forma global y única a $SO(3)$ Chaturvedi et al. (2011). Por lo tanto, es importante que cualquier resultado establecido con una representación de la orientación se verifique en términos de $SO(3)$. Por ejemplo, un resultado que establezca propiedades de estabilidad para un algoritmo de control de orientación diseñado utilizando cuaternos debe validarse en $SO(3)$, de lo contrario se pueden presentar efectos indeseables tal como el desenrollado. El desenrollado caracterizado en Bhat and Bernstein (2000), es un comportamiento no asintótico que se presenta en $SO(3)$ en un sistema de control de orientación que garantiza estabilidad asintótica, diseñado utilizando una representación de la orientación. Es decir, en $SO(3)$ aparecen trayectorias que iniciando cerca de la orientación deseada recorren una distancia considerable antes de alcanzar la orientación deseada.

Para el cuatrorotor de la Figura 1, las fuerzas de gravedad, propulsión y aerodinámicas son

$$F_g^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}, F_p^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_T \end{bmatrix}, F_a^b = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_d S_f C_X \\ \mathbf{q}_d S_f C_Y \\ \mathbf{q}_d S_s C_Z \end{bmatrix} \quad (4)$$

con g la constante de la fuerza gravitacional y $T_T = T_1 - T_2 - T_3 - T_4$. Los momentos de propulsión y aerodinámicos son

$$M_p^b = \begin{bmatrix} \ell(T_1 - T_3) \\ \ell(T_4 - T_2) \\ Q_1 - Q_2 + Q_3 - Q_4 \end{bmatrix}, M_a^b = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_d S_f \ell C_{M_X} \\ \mathbf{q}_d S_f \ell C_{M_Y} \\ \mathbf{q}_d S_s \ell C_{M_Z} \end{bmatrix} \quad (5)$$

con ℓ distancia entre el eje de rotación del rotor y el centro de gravedad, T_i empuje del rotor i , Q_i momento de reacción del rotor i . S_f y S_s son las superficies de la proyección frontal y superior del cuatrorotor. C_X , C_Y y C_Z son los coeficientes de las fuerzas aerodinámicas y C_{M_X} , C_{M_Y} y C_{M_Z} los coeficientes de momentos aerodinámicos. Además, $\mathbf{q}_d = \frac{1}{2}\rho V^2$ es la presión dinámica, con ρ la densidad del aire y $V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$.

Es importante notar que las fuerzas de propulsión tienen un origen aerodinámico. El rotor es un actuador aerodinámico de ala rotativa que genera una fuerza paralela a su eje de rotación y un momento en dirección contraria a su sentido de rotación conocidos como empuje y momento reacción, respectivamente, definidos como, Von Mises (1959)

$$T = \rho(nd)^2 d^2 C_T, \quad Q = \rho(nd)^2 d^2 d C_Q \quad (6)$$

con n el número de revoluciones por segundo a las que gira la hélice, d el diámetro de la hélice, C_T el coeficiente de empuje y C_Q el coeficiente de momento de reacción.

En los vehículos multi rotor cada motor eléctrico tiene un controlador de velocidad (ESC, por las siglas en inglés) al que se envía una señal modulada por pulso (PWM, por las siglas en inglés) para modificar su velocidad de rotación. En

Guadarrama-Olvera et al. (2014) se muestra que al menos para rotores generando menos de 5N de empuje es factible suponer que su constante de tiempo es más rápida que la dinámica de vuelo del cuatrirotor. Por lo tanto, en el modelo dinámico del cuatrirotor descrito por las ecuaciones (1), (4), (5) y (6) las entradas de control son las revoluciones por minuto de cada rotor n las cuales pueden modificarse al variar el ancho de pulso de la señal de PWM.

Con el propósito de diseñar algoritmos de control el modelo dinámico del cuatrirotor se simplifica como sigue. Las fuerzas y momentos aerodinámicos se consideran igual a cero, no se considera la naturaleza aerodinámica de las fuerzas y momentos de propulsión y no se supone una configuración en particular entre los ejes cuerpo y la estructura mecánica. El modelo simplificado resulta

$$\begin{aligned} m\ddot{X} &= mge_3 - T_T Re_3 \\ \dot{R} &= R\Omega^\wedge \\ J\dot{\Omega} &= \Omega^\wedge J\Omega + M^b \end{aligned} \quad (7)$$

donde $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^\top$ y $M^b = [M_x \ M_y \ M_z]^\top$. En términos de los ángulos de Euler, alabeo $\phi \in [-\pi, \pi)$, cabeceo $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$ y guiñada $\psi \in [-\pi, \pi)$, la matriz de rotación R puede expresarse como¹

$$R = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\psi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.1. Objetivo de control

El modelo dinámico del cuatrirotor (7) tiene doce estados, seis corresponden a la posición y velocidad inercial del vehículo y otros seis corresponden a su orientación y velocidad angular. Aunque la orientación está parametrizada por los nueve parámetros de la matriz R solamente tres son independientes. Por otro lado, el cuatrirotor tiene cuatro entradas de control, el empuje total T_T y el vector de momentos M^b . Se tiene entonces un sistema dinámico sub actuado, en el cual solamente pueden llevarse a referencias deseadas a cuatro estados. El comportamiento de los estados restantes queda definido por los estados que son controlados.

El objetivo de control se establece como sigue. Diseñar entradas de control T_T y M^b tales que la posición X y el ángulo de guiñada ψ sigan referencias deseadas $X_d = [x_d \ y_d \ z_d]^\top$ y ψ_d , respectivamente, garantizando un comportamiento adecuado para los otros estados del vehículo.

3. Sistema de Control Total de la Energía (SCTE)

En la teoría de control, el concepto de energía tiene una larga y fructífera historia. Desde el control de sistemas mecánicos puros utilizando invariantes de Casimir Marsden and Ratiu (1999), el control basado en pasividad (PBC) Ortega et al. (1998), los Lagrangianos controlados Bloch et al. (2000, 2001) y la técnica de asignación de amortiguamiento e interconexión (IDA-PBC) para sistemas Hamiltonianos controlados por puerto (PCH) Ortega et al. (2002). El objetivo de control, en las

metodologías basadas en el concepto de la energía, es modificar la forma de la función de energía de tal forma que tenga las propiedades de una función candidata de Lyapunov, es decir, un mínimo en el punto de equilibrio deseado. La nueva función de energía se acopla a la dinámica original ya sea utilizando una inversión dinámica como en la técnica PBC o modificando la estructura de amortiguamiento e interconexión como el la técnica IDA-PBC.

La estrategia del sistema de control de la energía total (SCTE), a partir de Total Energy Control System (TECS), funciona con una filosofía diferente. SCTE no tiene como objetivo moldear a la función de energía ni modificar las estructuras de amortiguamiento e interconexión. El enfoque SCTE parte de identificar a dos funciones estrechamente relacionadas a la energía: las tasas de cambio de la energía total y de la distribución de energía. Estas dos tasas de cambio se regulan en referencias definidas por el objetivo de control mediante una ley de control proporcional-integral.

SCTE fue introducido por A. Lambregts en Lambregts (1983a,b,c) para controlar la dinámica longitudinal de una aeronave de ala fija. Este algoritmo de control fue validado experimentalmente por la NASA en una aeronave Boeing 737 Bruce et al. (1986). Una versión no lineal de la estrategia SCTE se reporta en Rodríguez-Cortés (2019).

A continuación se presenta una versión de SCTE para sistemas Hamiltonianos con puertos en los que la matriz de inercia no depende de las coordenadas generalizadas. Considere el siguiente modelo Hamiltoniano con puertos

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{H} \\ \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (9)$$

con $\mathbf{q} \in \mathcal{Q} \subset \mathbb{R}^n$ el vector de coordenadas generalizadas, $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ el vector de cantidad de movimiento generalizado, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ la entrada de control, $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz de entrada, $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz identidad y

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p} + V(\mathbf{q}) \quad (10)$$

la función Hamiltoniana con $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz de inercia y $V(\mathbf{q})$ la función de energía potencial. Se puede asociar al sistema dinámico (9)-(10) una función Lagrangiana de la forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^\top \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} - V(\mathbf{q}) \quad (11)$$

con $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ la velocidad generalizada. Al utilizar la transformación de Legendre $\mathbf{p} = \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$, la función Lagrangiana puede expresarse como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p} - V(\mathbf{q}) \quad (12)$$

Las derivadas con respecto al tiempo de las funciones Lagrangiana y Hamiltoniana son

$$\dot{\mathcal{L}} = \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} \dot{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q})^\top \dot{\mathbf{q}}, \quad \dot{\mathcal{H}} = \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} \dot{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q})^\top \dot{\mathbf{q}} \quad (13)$$

utilizando la transformación de Legendre se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}} &= \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} \dot{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q})^\top \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p} \\ \dot{\mathcal{H}} &= \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} \dot{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q})^\top \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p} \end{aligned} \quad (14)$$

¹Se considera $\cos(\sigma) = c_\sigma$ y $\sin(\sigma) = s_\sigma$ para cualquier ángulo σ .

por lo tanto,

$$\dot{\mathcal{L}} = \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} (\dot{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q})), \quad \dot{\mathcal{H}} = \mathbf{p}^\top \mathbf{M}^{-1} (\dot{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q})) \quad (15)$$

A partir de la ecuación (15) se identifica a la distribución de energía \mathcal{L}_e y la tasa de cambio de la energía \mathcal{H}_e , como sigue

$$\mathcal{L}_e = \dot{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q}), \quad \mathcal{H}_e = \dot{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q}) \quad (16)$$

El enfoque TECS propone llevar a la tasa de cambio de la energía total y a la distribución de energía a referencias que permitan resolver un problema de control. Suponga que se desea regular a la posición generalizada \mathbf{q} a una referencia \mathbf{q}_d y al momento generalizado a cero. Una solución a este problema puede obtenerse al definir

$$\tilde{\mathcal{L}}_e = \dot{\mathbf{p}} + K_p \mathbf{p} - \nabla_{\mathbf{q}} V(\tilde{\mathbf{q}}), \quad \tilde{\mathcal{H}}_e = \dot{\mathbf{p}} + K_p \mathbf{p} + \nabla_{\mathbf{q}} V(\tilde{\mathbf{q}}) \quad (17)$$

donde

$$\tilde{\mathcal{L}}_e = \mathcal{L} - \mathcal{L}_d, \quad \tilde{\mathcal{H}}_e = \mathcal{H} - \mathcal{H}_d \quad (18)$$

con $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$ y

$$\mathcal{L}_d = -K_p \mathbf{p} + \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q}) - \nabla_{\mathbf{q}} V(\tilde{\mathbf{q}}), \quad \mathcal{H}_d = -K_p \mathbf{p} - \nabla_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q}) + \nabla_{\mathbf{q}} V(\tilde{\mathbf{q}}) \quad (19)$$

Si es posible diseñar un algoritmo de control u tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathcal{L}}_e = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathcal{H}}_e = 0 \quad (20)$$

se tiene

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{\mathbf{p}} + K_p \mathbf{p}) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\nabla_{\mathbf{q}} V(\tilde{\mathbf{q}})) = 0 \quad (21)$$

Entonces, si $V(\tilde{\mathbf{q}})$ tiene un mínimo en $\tilde{\mathbf{q}} = 0$ se logra el objetivo de control. El problema ahora es diseñar el algoritmo de control que asegure que se satisfacen los límites en (20). Notar que las señales $\tilde{\mathcal{L}}_e$ y $\tilde{\mathcal{H}}_e$ tienen dimensión igual a n por lo que para el sistema Hamiltoniano con puertos descrito por la ecuación (9) no es posible diseñar una ley de control que garantice (20) simultáneamente.

Cuando no se tienen suficientes entradas de control para regular a las tasas de cambio de la energía total y de la distribución de energía, se puede diseñar un algoritmo de control que alcance un objetivo de control al regular una de las dos tasas de cambio. En este caso, el valor de cero en la tasa de cambio seleccionada debe ser equivalente a la solución del problema de control.

4. Diseño de un control TECS para un cuatrirotor

4.1. Dinámica traslacional

La dinámica traslacional del cuatrirotor, descrita en por la primera ecuación en (7) puede expresarse como sigue

$$m\ddot{\mathbf{X}} = mg\mathbf{e}_3 - T_T r_3 \quad (22)$$

donde r_3 es la tercera columna de la matriz de rotación R . Es claro, en la ecuación (22), que la única entrada de control que aparece es el empuje total T_T . Como se propone en Lee et al. (2010) se utilizará a r_3 como una entrada de control virtual. Al definir,

$$T_T = u^\top r_3, \quad r_{3d} = \frac{u}{\|u\|} \quad (23)$$

con r_{3d} la dirección deseada para r_3 , se obtiene

$$m\ddot{\mathbf{X}} = mg\mathbf{e}_3 - u - \left[(u^\top r_3) r_3 - \frac{u}{\|u\|} \right] \quad (24)$$

Notar que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_3 = r_{3d} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \Psi_1(u, r_3) = 0 \quad (25)$$

con

$$\Psi_1(u, r_3) = \left[(u^\top r_3) r_3 - \frac{u}{\|u\|} \right] \quad (26)$$

La dinámica rotacional del cuatrirotor es completamente actuada por lo que diseñar un algoritmo de control que garantice que la igualdad en (25) no es una tarea difícil, con la única salvedad de considerar el espacio de configuración no lineal de la orientación. Al suponer que la igualdad (25) se satisface, la dinámica traslacional del cuatrirotor puede expresarse como sigue, en términos de la cantidad de movimiento $\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{X}}$,

$$\dot{\mathbf{p}} = mg\mathbf{e}_3 - u \quad (27)$$

La función Hamiltoniana para el movimiento traslacional del cuatrirotor es

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^\top \mathbf{p} + mg\mathbf{e}_3^\top \mathbf{X} \quad (28)$$

En este caso, el algoritmo de control se diseñará utilizando velocidades generalizadas. Por lo tanto, las funciones Lagrangiana y Hamiltoniana se expresan en términos de la velocidad generalizada como sigue

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{X}}^\top \dot{\mathbf{X}} - mg\mathbf{e}_3^\top \mathbf{X}, \quad \mathcal{H} = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{X}}^\top \dot{\mathbf{X}} + mg\mathbf{e}_3^\top \mathbf{X} \quad (29)$$

La derivada con respecto al tiempo de ambas funciones puede expresarse en la siguiente forma

$$\dot{\mathcal{L}} = mg\dot{\mathbf{X}}^\top \left(\frac{\ddot{\mathbf{X}}}{g} - \mathbf{e}_3 \right), \quad \dot{\mathcal{H}} = mg\dot{\mathbf{X}}^\top \left(\frac{\ddot{\mathbf{X}}}{g} + \mathbf{e}_3 \right) \quad (30)$$

Siguiendo el desarrollo descrito en la sección previa se identifica a las tasas de cambio de la energía total y de la distribución de energía como

$$\mathcal{L}_e = \frac{\ddot{\mathbf{X}}}{g} - \mathbf{e}_3, \quad \mathcal{H}_e = \frac{\ddot{\mathbf{X}}}{g} + \mathbf{e}_3$$

respectivamente.

Es evidente que en este caso solamente es posible controlar a la tasa de cambio de la energía total $\mathcal{H}_e \in \mathbb{R}^3$ o a la tasa de cambio de la distribución de energía $\mathcal{L}_e \in \mathbb{R}^3$ debido a que $u \in \mathbb{R}^3$. Aunque el desarrollo de la estrategia de control puede realizarse a partir de \mathcal{H}_e o \mathcal{L}_e se considera lo siguiente. En la formulación original de la estrategia TECS, la tasa de cambio de la energía total \mathcal{H}_e se regula mediante la acción del acelerador de la aeronave, mientras que la tasa de cambio de la distribución de energía \mathcal{L}_e se regula utilizando el elevador de la aeronave, una acción de control que modifica la orientación del vehículo. Debido a que el empuje total T_T es la única acción de control real en u se propone seguir el diseño del controlador utilizando a \mathcal{H}_e . Adicionalmente, las primeras dos componentes de \mathcal{H}_e y \mathcal{L}_e son iguales y se controlan virtualmente por medio de la acción de r_{3d} .

Para continuar con el diseño del algoritmo de control \mathcal{H}_e se expresa como sigue

$$\mathcal{H}_e = \left(\frac{\ddot{X}}{g} + e_3 \right) = 2e_3 - \frac{u}{mg} \quad (31)$$

Para satisfacer el objetivo de control es necesario definir el valor deseado para la tasa de cambio de la energía total \mathcal{H}_e^d . Debido a que la estrategia de control TECS únicamente considera el error en la velocidad traslacional $\dot{X} = \dot{X} - \dot{X}_d$, se define el desempeño del error de seguimiento s reportado en Slotine (1988), agregando un término proporcional al error de posición dentro de la velocidad deseada X_d como sigue

$$s = \dot{X} - (\dot{X}_d - K_X \tilde{X}) = \dot{\tilde{X}} + K_X \tilde{X} \quad (32)$$

donde K_X es una matriz de ganancia definida positiva y $\tilde{X} = X - X_d$ con X_d la trayectoria deseada. De esta manera, en términos del desempeño del error de seguimiento s , la señal de tasa de cambio de la energía total deseada puede definirse como

$$\mathcal{H}_e^d = -\frac{1}{g} \left(-\ddot{X}_d + K_p s + K_i \int_0^t s(\tau) d\tau \right) \quad (33)$$

donde K_p y K_i son igualmente matrices de ganancias definidas positivas. Entonces, el error de tasa de cambio de la energía total es

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = \left(\frac{\dot{\tilde{X}}}{g} + e_3 \right) + \frac{1}{g} \left(K_p s + K_i \int_0^t s(\tau) d\tau \right) \quad (34)$$

Es posible verificar que $\tilde{\mathcal{H}}_e = 0$ implica

$$0 = \tilde{X}^{(3)} + K_p \ddot{\tilde{X}} + (K_p K_X + K_i) \dot{\tilde{X}} + K_i K_X \tilde{X} \quad (35)$$

como resultado, una adecuada selección de ganancias permite satisfacer el objetivo de control, es decir, $\tilde{X} = 0$.

Sustituyendo (31) en la ecuación anterior se obtiene

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = 2e_3 - \frac{u}{mg} + \frac{1}{g} \left(-\ddot{X}_d + K_p s + K_i \int_0^t s(\tau) d\tau \right) \quad (36)$$

Finalmente, la estrategia de control basada en TECS queda definida como

$$u = K_p \tilde{\mathcal{H}}_e + K_I \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}_e(\tau) d\tau - m\ddot{X}_d \quad (37)$$

donde también K_p y K_I son matrices definidas positivas.

Para obtener una expresión explícita para la señal de control, se sustituye a la ecuación (37) en (36) y se obtiene

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = A_0 \left[2e_3 - \frac{K_I}{mg} \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}_e(\tau) d\tau + \frac{1}{g} \left(K_p s + K_i \int_0^t s(\tau) d\tau \right) \right] \quad (38)$$

con $A_0 = \left(I + \frac{1}{mg} K_p \right)^{-1}$.

En resumen, le ley de control para la dinámica traslacional del cuatrirotor es

$$\begin{aligned} u &= K_p A_0 \left[2e_3 - \frac{K_I}{mg} \eta_2 + \frac{1}{g} (K_p s + K_i \eta_1) \right] + K_I \eta_2 - m\ddot{X}_d \\ \dot{\eta}_1 &= s \\ \dot{\eta}_2 &= A_0 \left[2e_3 - \frac{K_I}{mg} \eta_2 + \frac{1}{g} (K_p s + K_i \eta_1) \right] \end{aligned} \quad (39)$$

4.2. Dinámica rotacional

En este trabajo se se utiliza el control de orientación reportado Lee et al. (2010). Este controlador se diseña directamente en el espacio de configuración de la orientación $SO(3)$. El error entre matrices de orientación puede cuantificarse utilizando el operador traza. En la literatura de control la primera función de navegación en $SO(3)$ fue reportada en Koditschek (1989). A partir del gradiente de esta función de navegación se puede obtener un error de orientación directamente en $SO(3)$. La función de navegación es

$$\varphi(R, R_d) = \frac{1}{2} \text{traza} [I - R_d^T R] \quad (40)$$

donde R_d es la matriz de rotación que describe la orientación deseada. La función $\varphi(R, R_d)$ es localmente definida positiva y su derivada por la izquierda está dada por

$$D(\varphi(R, R_d)) \cdot R\vartheta^\wedge = \frac{1}{2} (R_d^T R - R^T R_d)^\vee \cdot \vartheta \quad (41)$$

donde $R\vartheta^\wedge = \delta R$ el variacional de R . Entonces, a partir del gradiente de la función de navegación, el error de orientación se define como

$$e_R = \frac{1}{2} (R_d^T R - R^T R_d)^\vee \quad (42)$$

Dada R_d se tiene

$$\dot{R}_d = R_d \Omega_d^\wedge \quad (43)$$

con Ω_d la velocidad angular correspondiente. El error en velocidad angular se define como

$$e_\Omega = \Omega - R^T R_d \Omega_d \quad (44)$$

Finalmente, la entrada de control de momentos M^b se define como

$$M^b = -K_R e_R - K_\Omega e_\Omega - J \Omega \times \Omega - J (\Omega^\wedge R^T R_d \Omega_d - R^T R_d \dot{\Omega}_d) \quad (45)$$

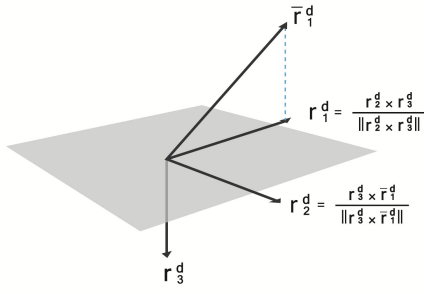
donde K_R y K_Ω son matrices definidas positivas. En Lee et al. (2010) se demuestra que la dinámica rotacional en lazo cerrado con la ley de control definida en (45) es localmente exponencialmente estable.

La matriz de rotación deseada R_d tiene la siguiente estructura $R_d = [r_1^d, r_2^d, r_3^d]$ con $r_i^d, i = 1, 2, 3$ sus columnas. El control de la dinámica traslacional define a r_3^d en la ecuación (23) indicando la dirección deseada para el eje z^b . Se define al vector \tilde{r}_1^d para indicar la dirección deseada del eje x^b . Debido a que $R_d \in SO(3)$, todos los vectores columna que forman la matriz R_d deben ser unitarios y perpendiculares entre sí. El vector r_2^d se obtiene por medio de la operación

$$r_2^d = \frac{(r_3^d \times \tilde{r}_1^d)}{\|(r_3^d \times \tilde{r}_1^d)\|} \quad (46)$$

Finalmente, se proyecta el vector \tilde{r}_1^d al plano normal a r_3^d como se muestra en la Figura 2 para obtener el vector r_1^d como

$$r_1^d = \frac{(r_2^d \times r_3^d)}{\|(r_2^d \times r_3^d)\|} \quad (47)$$

Figura 2: Relación geométrica entre las columnas de R_d .

La definición de \tilde{r}_1^d permite especificar el ángulo de guiñada deseado ψ_d en la siguiente forma $\tilde{r}_1^d = [c_{\psi_d} \quad s_{\psi_d} \quad 0]^\top$.

4.3. Análisis de estabilidad

La siguiente ecuación diferencial describe a la dinámica traslacional del cuatrirotor en lazo cerrado con el algoritmo de control de la ecuación (39)

$$\dot{\chi} = A\chi + B + E \quad (48)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -A_1 A_2 & -A_1 K_p & -A_1 K_i & -\frac{1}{m}(I - A_1) K_I \\ K_X & I & 0 & 0 \\ \frac{1}{g} A_0 A_2 & \frac{1}{g} A_0 K_p & \frac{1}{g} A_0 K_i & -\frac{1}{mg} A_0 K_I \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ g A_3 e_3 \\ 0 \\ 2 A_0 e_3 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \Psi_1(u, r_3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

con $A_1 = \frac{1}{mg} K_p A_0$, $A_2 = K_p K_X$, $A_3 = (I_3 - 2A_1)$. Además, $\chi = [\tilde{X}^\top \quad \tilde{X}^\top \quad \eta_1^\top \quad \eta_2^\top]^\top$.

Al suponer que el error de orientación converge a cero, la dinámica traslacional va a converger a un punto de equilibrio definido por las siguientes ecuaciones algebraicas

$$0 = A\tilde{\chi} + B \quad (50)$$

A partir de la primera y tercer ecuación de (50), se puede verificar que $\tilde{\chi}_1 = \tilde{\chi}_2 = 0$, por lo tanto, se tiene

$$\begin{bmatrix} \tilde{\chi}_3 \\ \tilde{\chi}_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -A_2 K_i & -\frac{1}{m}(I_3 - A_2) K_I \\ \frac{1}{g} A_0 K_i & -\frac{1}{mg} A_0 K_I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g A_3 e_3 \\ 2 A_0 e_3 \end{bmatrix}$$

Para cualquier matrices K_i y K_I positivas definidas existe una única solución para $\tilde{\chi}_3$ y $\tilde{\chi}_4$. Esta condición implica que las señales integrales que se introdujeron en el diseño del algoritmo de control ajustan sus valores para compensar términos que podrían producir una desviación del punto de equilibrio deseado. En términos de $\tilde{\chi} = \chi - \tilde{\chi}$, la dinámica traslacional en lazo cerrado es

$$\dot{\tilde{\chi}} = A\tilde{\chi} + E \quad (51)$$

Al seleccionar a las matrices de ganancias con estructura diagonal es posible analizar las propiedades de estabilidad de cada coordenada traslacional de forma independiente. Es importante mencionar que cada coordenada traslacional tiene asociados

cuatro estados y cinco ganancias. La redundancia en las ganancias se resuelve al definir K_p igual a mgI_3 resultando $A_3 = 0$. Entonces, la dinámica traslacional de cada coordenada queda caracterizada por las siguientes matrices

$$A_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{p_j} k_{X_j}}{2} & -\frac{k_{p_j}}{2} & -\frac{k_{i_j}}{2} & -\frac{k_{I_j}}{2m} \\ k_{X_j} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{p_j} k_{X_j}}{2g} & \frac{k_{p_j}}{2g} & \frac{k_{i_j}}{2g} & -\frac{k_{I_j}}{2mg} \end{bmatrix} \quad (52)$$

con $j = x, y, z$. Las matrices de ganancias se han seleccionado como sigue $K_X = \text{diag}\{k_{X_x}, k_{X_y}, k_{X_z}\}$, $K_p = \text{diag}\{k_{p_x}, k_{p_y}, k_{p_z}\}$, $K_i = \text{diag}\{k_{i_x}, k_{i_y}, k_{i_z}\}$ y $K_I = \text{diag}\{k_{I_x}, k_{I_y}, k_{I_z}\}$.

A partir de criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz, se obtiene que las siguientes desigualdades deben satisfacerse para asegurar que los valores propios de las matrices A_j , $j = x, y, z$ tiene parte real negativa Dorf and Bishop (2011)

$$\frac{a_3^j a_2^j a_1^j}{(a_0^j)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(a_3^j)^2}{\sqrt{a_0^j}} - \frac{(a_2^j)^2}{a_0^j} > 0 \quad (53)$$

con

$$a_3^j = \frac{1}{2mg} (mgk_{p_j} + k_{I_j}), \quad a_0^j = \frac{1}{2mg} k_{X_j} k_{I_j} k_{i_j}$$

$$a_2^j = \frac{1}{2mg} (mgk_{p_j} k_{X_j} + mgk_{i_j} + k_{p_j} k_{I_j}) \quad (54)$$

$$a_1^j = \frac{1}{2mg} (mgk_{X_j} k_{i_j} + k_{p_j} k_{X_j} k_{I_j} + k_{I_j} k_{i_j})$$

$j = x, y, z$. Por lo tanto, es posible seleccionar ganancias K_X , K_p , K_i de tal forma que las matrices A_x , A_y y A_z sean Hurwitz. Entonces, la matriz A es también Hurwitz y, por lo tanto, existe una matriz positiva definida P tal que

$$V_T = \tilde{\chi}^\top P \tilde{\chi} \quad (55)$$

es una función candidata de Lyapunov para la dinámica traslacional descrita por la ecuación (51). La derivada con respecto al tiempo de (55) a lo largo de las trayectorias de (51) es

$$\dot{V}_T = -\tilde{\chi}^\top \tilde{\chi} + 2\tilde{\chi}^\top P E$$

Finalmente, el resultado de estabilidad puede establecerse en la siguiente forma.

Proposición Considere el modelo dinámico del cuatrirotor (7). Suponga que todos los estados son medibles y que todos los parámetros son conocidos. Suponga que la dinámica rotacional en lazo cerrado con el controlador (45) es localmente exponencialmente estable. Entonces, la dinámica traslacional en lazo cerrado con la ley de control (39) es localmente exponencialmente estable.

Demostración : Debido a la suposición sobre las propiedades de convergencia de la dinámica rotacional, el vector E puede considerarse como una perturbación que desvanece Khalil (2002). Como consecuencia puede concluirse que la dinámica traslacional en lazo cerrado converge al punto de equilibrio deseado.

5. Implementación en tiempo real

El diagrama esquemático de la plataforma experimental se muestra en la Figura 3. El programa de cómputo del sistema Optitrack se encuentra instalado en la computadora personal. Este programa de cómputo obtiene la posición X y la orientación del cuatrirotor en ángulos de Euler. La computadora envía por medio de comunicación WiFi a la computadora de control del cuatrirotor la posición del cuatrirotor X , el ángulo de guiñada ψ , las referencias X_d y ψ_d así como comandos de cambio de trayectoria y paro de emergencia.

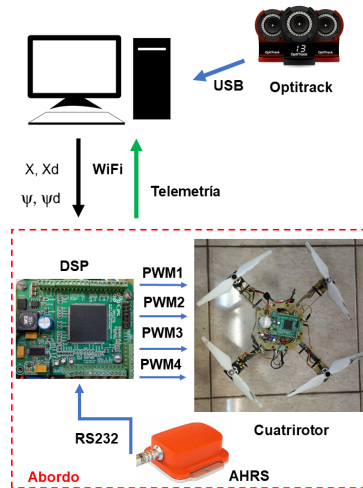


Figura 3: Plataforma experimental.

La computadora de control basada en el procesador digital de señales de Texas Instruments TMS320F28335 recibe la orientación en ángulos de Euler y la velocidad angular Ω calculada por el AHRs. No se utiliza el ángulo de guiñada que se obtiene mediante el AHRs ya que se ve afectado por los campos magnéticos de los alrededores. La comunicación con el AHRs se realiza por medio del protocolo RS232. A partir de los ángulos de Euler la computadora de control realiza el cálculo de la matriz de rotación R . Además, determina \dot{X} , utilizando la derivada sucia, finalmente realiza el cómputo de las leyes de control (45) y (39). La computadora de control envía a la computadora personal telemetría que contiene variables relevantes para monitorear el desempeño del algoritmo de control. Las leyes de control (45) y (39) no pueden enviarse directamente a los rotores del cuatrirotor, estas leyes de control deben transformarse a una fuerza de empuje y momento de reacción para cada rotor. Suponiendo que los ejes cuerpo tienen la configuración mostrada en la Figura 1, esta relación puede obtenerse a partir de (4), (5) y (6) como sigue

$$\begin{bmatrix} T_T \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & \ell & 0 & -\ell \\ \ell & 0 & -\ell & 0 \\ -d \frac{C_Q}{C_T} & d \frac{C_Q}{C_T} & -d \frac{C_Q}{C_T} & d \frac{C_Q}{C_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (56)$$

donde se asume que todos los rotores tienen las mismas características. Los valores de C_Q y C_T se obtuvieron siguiendo el procedimiento descrito en Guadarrama-Olvera et al. (2014). A partir del valor de cada empuje T_i la computadora de control

calcula el valor de la señal modulada por pulso (PWM) que debe enviarse al control de velocidad de cada rotor. Se supone que existe una relación estática y lineal entre T_i y el PWM correspondiente al motor i . Esta relación se obtiene utilizando la plataforma experimental propuesta en Guadarrama-Olvera et al. (2014). La computadora de control calcula el control de orientación a 120Hz, mientras que los cálculos del control de posición se calculan a 60Hz.

5.1. Experimentos

Para probar el desempeño del controlador propuesto se llevaron a cabo tres vuelos experimentales. Los valores numéricos de los parámetros físicos del cuatrirotor se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros del cuatrirotor.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
m (kg)	1,120	g (m/s^2)	9,81
ℓ (m)	0,214	ρ (kg/m^3)	1
$I_{xx} = I_{yy}$ ($kg m^2$)	0,002	I_{zz} ($kg m^2$)	0,004

La masa se obtuvo directamente del peso del cuatrirotor, la inercia se obtuvo a partir del dibujo asistido por computadora del cuatrirotor asignando el peso correspondiente a cada uno de los componentes.

5.2. Seguimiento de Trayectoria

Este experimento consiste en seguir una trayectoria deseada, definida como $x_d = 1,0 \cos(\omega t)$, $y_d = 1,0 \sin(\omega t)$, $z_d = 0,5$ y $\vec{r}_1^d = [c_{\psi_d} \quad s_{\psi_d} \quad 0]^T$ con $\omega = \frac{2\pi}{40}$, $\psi_d = \arctan \frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d}$ y las condiciones iniciales $\eta_1(0) = \eta_2(0) = 0$.

Las matrices de ganancias usadas durante los experimentos se muestran en la Tabla 2. Las condiciones de Routh-Hurwitz sirvieron de guía para hacer una sintonización final a prueba y error.

Tabla 2: Matrices de ganancias usadas durante los experimentos.

Parámetro	Valor
K_P	diag {11,28, 11,28, 11,28}
K_I	diag {3,45, 3,45, 0,56}
K_p	diag {11,50, 11,50, 18,00}
K_i	diag {3,80, 3,80, 7,70}
K_x	diag {1,10, 1,10, 1,00}

El experimento se describe a continuación. Al inicio el cuatrirotor despega. La referencia de altitud se establece en $0,5m$ y la posición cartesiana deseada se fija en $(0m, 0m)$. Aproximadamente a los treinta segundos se envía una señal de cambio de trayectoria a la computadora de control para que el cuatrirotor siga la trayectoria circular definida por las ecuaciones anteriores. Al finalizar una vuelta aproximadamente se envía otra señal de cambio de trayectoria para que el cuatrirotor regrese a las coordenadas $(0m, 0m, 0,5m)$ y se mantenga en vuelo estacionario. Finalmente, a los setenta y cinco segundos el cuatrirotor aterriza, completando el experimento. La Figura 4 muestra una

vista tridimensional de la trayectoria del cuatrirotor durante el experimento.

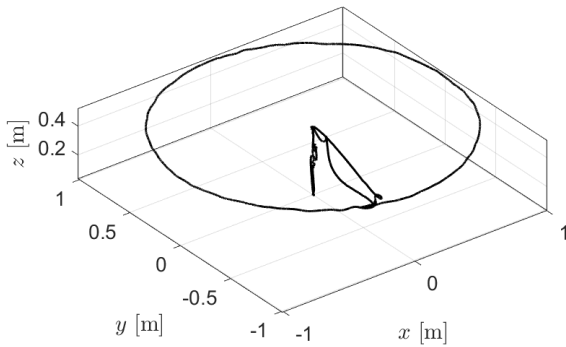


Figura 4: Trayectoria recorrida por el cuatrirotor durante el experimento.

La Figura 5 muestra la posición cartesiana del cuatrirotor y los errores cartesianos durante el experimento. Como puede observarse el cuatrirotor permanece en una vecindad aceptable de la referencia deseada, los errores tienen saltos abruptos cuando se producen cambios en la referencia.

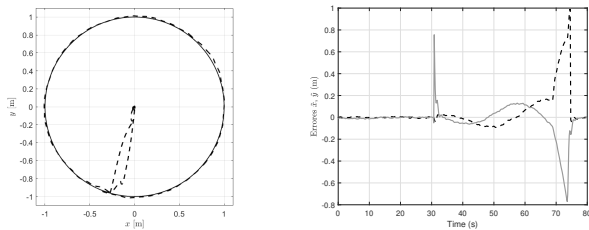


Figura 5: Posición cartesiana del cuatrirotor. Trayectoria deseada (línea continua), trayectoria del cuatrirotor (línea discontinua). Errores en la posición cartesiana \tilde{x} línea continua, \tilde{y} línea discontinua.

La Figura 6 presenta el comportamiento de los ángulos de Euler durante el experimento. Notar que el comportamiento de ϕ y θ responde a los cambios en la referencia de posición cartesiana. El ángulo ψ tiene un brinco de π a $-\pi$ sin embargo como el control se implementa con R no causa efecto alguno.

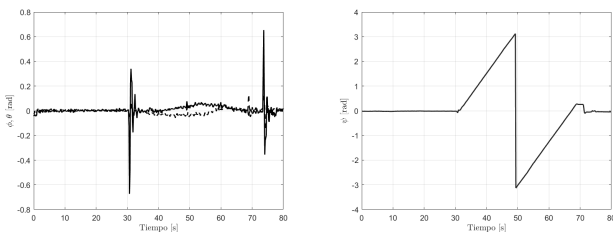


Figura 6: Ángulos de alabeo ϕ (línea continua) y cabeceo θ (línea continua). Ángulo de guiñada ψ

En la Figura 7 se presenta la señal de control de empuje total T_T , en la que se pueden apreciar picos en los instantes

de tiempos en los que la referencia de altura y posición cartesiana cambian durante el experimento. Igualmente, la Figura 7 muestra los momentos aplicados al cuatrirotor, donde se puede apreciar que existen picos en los instantes de tiempo en los que el cuatrirotor fue comandado a cambiar la referencia.

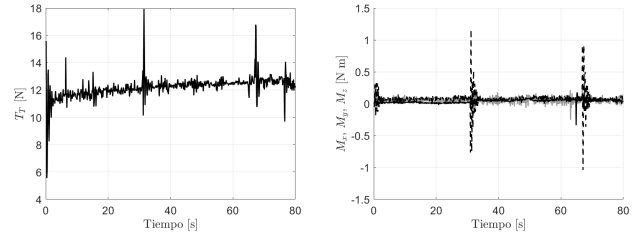


Figura 7: Entrada de control de empuje total T_T . Momentos aplicados. M_x (línea punteada), M_y (línea gris) y M_z (línea continua).

La Figura 8 presenta la señal de tasa de cambio de la energía total \mathcal{H}_e y el error de tasa de cambio de la energía total $\tilde{\mathcal{H}}_e$, donde se puede verificar que el error converge a cero.

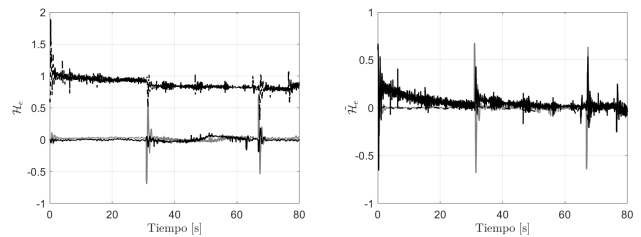


Figura 8: Tasa de energía. \mathcal{H}_e^x (línea continua), \mathcal{H}_e^y (línea gris) y \mathcal{H}_e^z (línea punteada). Error de tasa de energía. $\tilde{\mathcal{H}}_e^x$ (línea discontinua), $\tilde{\mathcal{H}}_e^y$ (línea gris) y $\tilde{\mathcal{H}}_e^z$ (línea continua).

5.3. Regulación

El segundo vuelo consistió en mantener al cuatrirotor en vuelo estacionario durante un periodo de aproximadamente ocho minutos, prácticamente la duración de la batería en este prototipo. Esto con el propósito de verificar la capacidad del controlador para mantener una vuelo estacionario por un periodo prolongado.

La Figura 9 muestra la altura y la señal de control T_T durante el experimento. Se puede apreciar que T_T incrementa su valor a lo largo del experimento, esto es debido a que los términos integrales del controlador TECS ajustan sus valores para compensar el desgaste de la batería durante el vuelo.

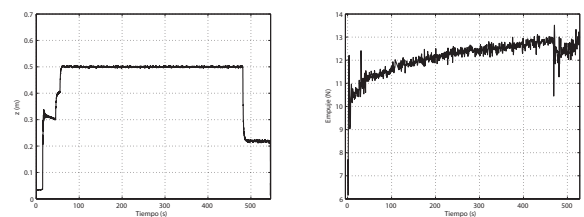


Figura 9: Altura del cuatrirotor en vuelo estacionario. Entrada de control de empuje total T_T en vuelo estacionario.

5.4. Prueba del control de orientación

El último experimento tiene como objetivo verificar el funcionamiento del control de orientación en $SO(3)$. Para este experimento se definió la siguiente trayectoria $x_d = 0$, $y_d = 0$, $z_d = 0,5 + 0,25\left(\frac{s_{\omega t} + 1}{2}\right)$ y $\bar{r}_1^d = \begin{bmatrix} c_{\psi_d} & s_{\psi_d} & 0 \end{bmatrix}^T$ con $\psi_d = \frac{6}{2}\pi(s_{\omega t} + 1)$ y $\omega = \frac{2\pi}{40}$.

En este experimento el cuatrirotor da seis vueltas alrededor de su eje vertical, tres en un sentido y tres en sentido contrario. La Figura 10 muestra la altura del cuatrirotor y al ángulo de guiñada durante este experimento. Los brincos en la medición del ángulo de guiñada entre $+\pi$ y $-\pi$ indican una vuelta completa. Debido a que el controlador de orientación está diseñado directamente en $SO(3)$ los saltos en la medición del ángulo de guiñada no provocan inconvenientes.

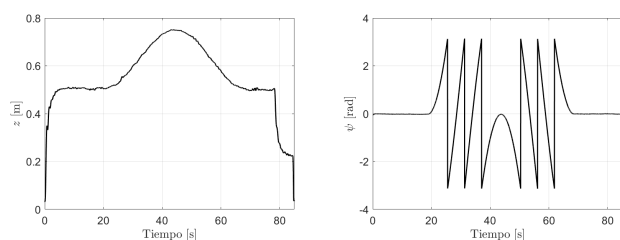


Figura 10: Altura del cuatrirotor en giro con guiñada. Ángulo de guiñada (ψ)

6. Conclusiones

Este trabajo presenta una cronología de los aportes al control de vehículos aéreos realizados por investigadores mexicanos. La línea de tiempo se traza en función del acceso masivo a sensores, actuadores y procesadores digitales basados en tecnología de sistemas micro electromecánicos. El resumen sobre aportaciones de investigadores mexicanos al control de vehículos aéreos se limita a los primeros quince años de este siglo. En los últimos seis años el incremento en las aportaciones ha sido vertiginoso por lo que sería difícil citar a todos los autores mexicanos. En la actualidad se pueden encontrar publicaciones de investigadores mexicanos sobre control de vehículos aéreos en revistas de alto prestigio. La mayor parte de estas publicaciones tiene un soporte experimental.

Adicionalmente, se ha propuesto un algoritmo de control basado en el enfoque de sistema de control total de la energía como solución el problema de seguimiento de trayectorias para un cuatrirotor. Este algoritmo de control utiliza una ley de control de orientación diseñada directamente en el espacio de configuración de la orientación. El algoritmo de control se evalúa experimentalmente en un cuatrirotor armado en casa. El cómputo del algoritmo de control se realiza a bordo del vehículo utilizando una computadora de vuelo también armada en casa. Experimentalmente se ilustran propiedades del controlador en seguimiento de trayectoria, compensación de la descarga de la batería y capacidad para girar sobre su propio eje sin necesidad de compensar las discontinuidades en la medición del ángulo de guiñada.

Referencias

- 2016, I., 2016. Results. Last accessed December 13, 2021.
URL: <http://www.imavs.org/2016/documents/Result.pdf>
- Bhat, S. P., Bernstein, D. S., 2000. A topological obstruction to continuous global stabilization of rotational motion and the unwinding phenomenon. *Systems & Control Letters* 39 (1), 63 – 70.
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(99\)00090-0](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(99)00090-0)
- Bloch, A. M., Chang, D. E., Leonard, N. E., Marsden, J. E., 2001. Controlled lagrangians and the stabilization of mechanical systems. ii. potential shaping. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 46 (10), 1556–1571.
- Bloch, A. M., Leonard, N. E., Marsden, J. E., 2000. Controlled lagrangians and the stabilization of mechanical systems. i. the first matching theorem. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 45 (12), 2253–2270.
- Bouabdallah, S., Siegwart, R., 2007. Full control of a quadrotor. In: 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. pp. 153–158.
DOI: 10.1109/IRoS.2007.4399042
- Brezoescu, A., Espinoza, T., Castillo, P., Lozano, R., 2013. Adaptive trajectory following for a fixed-wing uav in presence of crosswind. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 69 (1), 257–271.
- Brigido-González, J., Rodríguez-Cortés, H., 2016. Experimental validation of an adaptive total energy control system strategy for the longitudinal dynamics of a fixed-wing aircraft. *Journal of Aerospace Engineering* 29 (1), 04015024.
- Bristeau, P.-J., Callou, F., Vissière, D., Petit, N., 2011. The navigation and control technology inside the ar.drone micro uav. *IFAC Proceedings Volumes* 44 (1), 1477–1484, 18th IFAC World Congress.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016438188>
DOI: <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.02327>
- Bruce, K. R., Kelly, J., Person Jr, L., 1986. Nasa b737 flight test results of the total energy control system. In: AIAA, Guidance, Navigation and Control Conference. p. 10p.
- Carrillo, L. G., Rondon, E., Sanchez, A., Dzul, A., Lozano, R., 2011. Stabilization and trajectory tracking of a quad-rotor using vision. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 61 (1), 103–118.
- Carrillo, L. R. G., Dzul, A., Lozano, R., 2012. Hovering quad-rotor control: A comparison of nonlinear controllers using visual feedback. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 48 (4), 3159–3170.
DOI: 10.1109/TAES.2012.6324687
- Castillo, P., Lozano, R., Dzul, A. E., 2005. Modelling and control of mini-flying machines. Springer Science & Business Media.
- Castro, E., 2021. Hydra technologies invierte 90mdp en nuevas tecnologías para el desarrollo de aeronaves no tripuladas. Last accessed December 13, 2021.
URL: <https://mexicoindustry.com/noticia/hydra-technologies-invierte-90mdp>
- Chaturvedi, N. A., Sanyal, A. K., McClamroch, N. H., 2011. Rigid-body attitude control. *IEEE Control Systems* 31 (3), 30–51.
- Corona-Sánchez, J. J., Rodríguez-Cortés, H., 2013. Trajectory tracking control for a rotary wing vehicle powered by four rotors. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 70 (1), 39–50.
- Dorf, R., Bishop, R., 2011. *Modern Control Systems*, 12th Edition. Pearson Prentice Hall.
- Draganfly, I., 2021. About us. Last accessed November 30, 2021.
URL: <https://draganfly.com/about-us/>
- Escobar-Ruiz, A. G., Lopez-Botello, O., Reyes-Osorio, L., Zambrano-Robledo, P., Amezcua-Brooks, L., Garcia-Salazar, O., 2019. Conceptual design of an unmanned fixed-wing aerial vehicle based on alternative energy. *International Journal of Aerospace Engineering* 2019.
- Espinoza, T., Dzul, A., Lozano, R., Parada, P., 2014. Backstepping-sliding mode controllers applied to a fixed-wing uav. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 73 (1), 67–79.
- Estrada, S. A., Liceaga-Castro, E., Rodríguez-Cortés, H., 2006. Nonlinear motion control of a rotary wing vehicle powered by four rotors. In: 2006 3rd International Conference on Electrical and Electronics Engineering. pp. 1–6.
DOI: 10.1109/ICEEE.2006.251910
- Fecko, M., 2006. *Differential Geometry and Lie Groups for Physicists*. Cambridge University Press.
DOI: 10.1017/CB09780511755590
- González, I., Salazar, S., Lozano, R., 2014. Chattering-free sliding mode altitude control for a quad-rotor aircraft: Real-time application. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 73 (1), 137–155.

- Guadarrama-Olvera, J. R., Corona-Sánchez, J. J., Rodríguez-Cortés, H., 2014. Hard real-time implementation of a nonlinear controller for the quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 73 (1), 81–97.
- Guerrero-Castellanos, J., Marchand, N., Hably, A., Lesecq, S., Delamare, J., 2011. Bounded attitude control of rigid bodies: Real-time experimentation to a quadrotor mini-helicopter. *Control Engineering Practice* 19 (8), 790–797.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066111000700>
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2011.04.004>
- Guerrero-Castellanos, J.-F., Téllez-Guzmán, J. J., Durand, S., Marchand, N., Alvarez-Muñoz, J., Gonzalez-Diaz, V. R., 2014. Attitude stabilization of a quadrotor by means of event-triggered nonlinear control. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 73 (1), 123–135.
- Guevara, I., 2015. Los “drones” de México: quién los utiliza y por qué. Last accessed December 13, 2021.
URL: <https://www.animalpolitico.com/2015/07/los-drones-de-mexico-quien-los-utiliza-y-por-que/>
- Gutiérrez-Torres, A., Paz, A. M.-D., 2008. Diseño conceptual, aerodinámico y construcción con materiales compuestos de un aeromodelo de carga con bases del concurso sae aero design 2008. Ph.D. thesis, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Ticomán, Instituto Politécnico Nacional.
- Khalil, H., 2002. *Nonlinear Systems*. Pearson Education. Prentice Hall.
URL: https://books.google.com.mx/books?id=t_d1QgAACAAJ
- Koditschek, D. E., February 1989. The application of total energy as a Lyapunov function for mechanical control systems.
- Lambregts, A., 1983a. Functional integration of vertical flight path and speed control using energy principles. In: *Proc. 1st Annu. NASA Aircraft Controls Workshop*. pp. 389–409.
- Lambregts, A., 1983b. Integrated system design for flight and propulsion control using total energy principles. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aircraft Design, Systems and Technology Meeting*, Fort Worth, TX. Vol. 17.
- Lambregts, A., 1983c. Vertical flight path and speed control autopilot design using total energy principles. AIAA paper no. 83-2239.
- Lee, T., Leoky, M., McClamroch, N. H., 2010. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3). In: *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*. IEEE, pp. 5420–5425.
- Lopez Luna, A., Cruz Vega, I., Martínez-Carranza, J., 2020. Vertical surface contact with a micro air vehicle. *International Journal of Micro Air Vehicles* 12, 1756829320938745.
- Lozano, R., Castillo, P., Dzul, A., 2004a. Global stabilization of the pvtol: Real-time application to a mini-aircraft. *International Journal of Control* 77 (8), 735–740.
URL: <https://doi.org/10.1080/00207170410001713033>
DOI: 10.1080/00207170410001713033
- Lozano, R., Castillo, P., Garcia, P., Dzul, A., 2004b. Robust prediction-based control for unstable delay systems: Application to the yaw control of a mini-helicopter. *Automatica* 40 (4), 603–612.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109803003078>
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2003.10.007>
- Malo Tamayo, A. J., Peredo Ortiz, D. R., Rivera Ugalde, A. E., 2020. Partial-state feedback control and trajectory specification for a propeller-driven fixed-wing aircraft. In: *2020 17th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*. pp. 1–6.
DOI: 10.1109/CCE50788.2020.9299141
- Marsden, J. E., Ratiu, T. S., 1999. *Introduction to mechanics and symmetry: a basic exposition of classical mechanical systems*. Vol. 17. Springer Science & Business Media.
- Moon, H., Martínez-Carranza, J., Cieslewski, T., Faessler, M., Falanga, D., Simovic, A., Scaramuzza, D., Li, S., Ozo, M., De Wagter, C., et al., 2019. Challenges and implemented technologies used in autonomous drone racing. *Intelligent Service Robotics* 12 (2), 137–148.
- Muñoz, F., Bonilla, M., González-Hernández, I., Salazar, S., Lozano, R., 2015. Super twisting vs modified super twisting algorithm for altitude control of an unmanned aircraft system. In: *2015 12th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*. pp. 1–6.
DOI: 10.1109/ICEEE.2015.7357989
- Organization, I. C. A., 2017. Remotely piloted aircraft systems (rpas) concept of operations (conops). Last accessed December 13, 2021.
URL: <https://www.icao.int/safety/UA/Documents/ICA0%20RPAS%20Concept%20of%20operations.pdf>
- Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P. J., Sira-Ramirez, H., 1998. *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media.
- Ortega, R., Van Der Schaft, A., Maschke, B., Escobar, G., 2002. Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica* 38 (4), 585–596.
- Polhemus, I. i. M., 2002. *Fastrack 3space polhemus user's manual*.
- Rejon, V., Aranda-Bricaire, E., 2006. Discrete-time stabilization of a pvtol without roll angle and velocities measurement. In: *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. pp. 1521–1526.
DOI: 10.1109/CDC.2006.376916
- Rejon, V., Aranda-Bricaire, E., 2007. Discrete-time stabilization of a remotely controlled flying robot in real-time without velocities measurement. In: *IECON 2007 - 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. pp. 756–761.
DOI: 10.1109/IECON.2007.4460335
- Rejon, V., Aranda-Bricaire, E., 2008. Discrete-time dynamic feedback linearization of a vtol using observed states. *IFAC Proceedings Volumes* 41 (2), 1753–1759, 17th IFAC World Congress.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016392059>
DOI: <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.00300>
- Rodríguez-Cortés, H., 2019. A swinging up controller for the furuta pendulum based on the total energy control system approach. *Kybernetika* 55 (2), 402–421.
- Rodríguez-Cortés, H., Arias-Montaña, A., 2012. Robust geometric sizing of a small flying wing planform based on evolutionary algorithms. *The Aeronautical Journal* 116 (1176), 175–188.
- Rojas-Perez, L. O., Martínez-Carranza, J., 2021. Towards autonomous drone racing without gpu using an oak-d smart camera. *Sensors* 21 (22), 7436.
- Rojo-Rodríguez, E. G., Garcia, O., Ollervides, E., Zambrano-Robledo, P., Espinoza-Quesada, E., 2019. Robust consensus-based formation flight for multiple quadrotors. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 93 (1-2), 213–226.
- Romero, H., Salazar, S., Escareño, J., Lozano, R., 2010. Estabilización de un mini helicóptero de cuatro rotores basada en flujo óptico y sensores inerciales. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI* 7 (2), 49–56.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S169779121070025X>
DOI: [https://doi.org/10.1016/S1697-7912\(10\)70025-X](https://doi.org/10.1016/S1697-7912(10)70025-X)
- Rosaldo-Serrano, M. A., Santiaguillo-Salinas, J., Aranda-Bricaire, E., 2019. Observer-based time-varying backstepping control for a quadrotor multi-agent system. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 93 (1-2), 135–150.
- Sanchez, L. A., Santos, O., Romero, H., Salazar, S., Lozano, R., 2012. Nonlinear and optimal real-time control of a rotary-wing UAV. In: *2012 American Control Conference (ACC)*. pp. 3857–3862.
DOI: 10.1109/ACC.2012.6315498
- Sira-Ramirez, H., Castro-Linares, R., Liceaga-Castro, E., 1999. Regulation of the longitudinal dynamics of an helicopter: a Liouvillean systems approach. In: *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*. Vol. 4. pp. 2752–2756 vol.4.
DOI: 10.1109/ACC.1999.786571
- Slotine, J.-J., Dec 1988. Putting physics in control—the example of robotics. *Control Systems Magazine, IEEE* 8 (6), 12–18.
DOI: 10.1109/37.9164
- The Free, D., 2021. Unmanned aerial vehicles. Last accessed November 30, 2021.
URL: <https://www.thefreedictionary.com/Unmanned+Aerial+Vehicle>
- Vásquez-Beltrán, M., Rodríguez-Cortés, H., 2015. A total energy control system strategy for the quadrotor helicopter. In: *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE, pp. 286–293.
- Von Mises, R., 1959. *Theory of flight*. Courier Corporation.