

NUEVO MÉTODO DE CÁLCULO DE LA LONGITUD DE MEZCLA EN CAUCES NATURALES CON TRAZADORES CONSERVATIVOS

Alfredo Constaín Aragón¹, Jairo Carvajal Ruiz¹, Alejandro Carvajal Ruiz¹ y Rodrigo Lemos Ruiz²

Resumen:

Quizá una de las aplicaciones más importantes de las teorías de transporte de masa en los cauces naturales es la determinación de la llamada "Longitud de Mezcla" por las implicaciones que tiene este concepto en el estudio y el control de las contaminaciones hídricas (Wigert, 1998). No obstante lo anterior, los métodos actuales para evaluar tal longitud no siempre son precisos ni ofrecen una fundamentación teórica amplia (French, 1986) Para superar este tipo de obstáculos en este artículo se hace una propuesta alterna para medir este parámetro con base en una nueva función que aparece en la descripción matemática de la velocidad media en condiciones de flujo variado, propuesta por nuestro grupo de Investigación (Constain et al, 2000) (Constain et al, 2003 a y b) (Constain et al, 2004) (Constain et al, 2005). Además de las consideraciones teóricas que fundamentan estos nuevos criterios de evaluación de la longitud en la que el trazador ha llenado casi uniformemente la sección transversal del cauce, se presentan dos experimentos detallados en los que se aplican tales procedimientos de cálculo a situaciones específicas y se analiza la precisión de tal evaluación y los factores que la limitan.

Palabras clave: Hidráulica fluvial; Transporte de masa; técnicas de trazador; longitud de mezcla

INTRODUCCIÓN

La teoría del transporte de masa brinda toda una base para el cálculo de los fenómenos de dispersión-difusión y los parámetros relacionados, entre ellos los coeficientes longitudinal de dispersión, E , y transversal de difusión, ϵ_y , y la llamada "Longitud de mezcla", L_M , que se define como aquella distancia a la cual la difusión lateral se ha cumplido significativamente y por lo tanto la concentración de trazador en la sección transversal es casi homogénea, dentro de una variación relativa aproximada del 5%. Se ha propuesto una fórmula práctica para este parámetro, como sigue (French, 1986)

$$L_M \approx \frac{k \times U_x \times W^2}{\epsilon_y} \quad (1)$$

En esta expresión k es una constante empírica, U_x es la velocidad media advectiva, W es el ancho medio del cauce y ϵ_y es el Coeficiente transversal de difusión. Los problemas con esta fórmula son: A.) El valor de k que puede variar de caso a caso y por lo tanto ofrece una limitada confiabilidad, al punto que muchos investigadores prefieren hacer mediciones transversales múltiples para ajustar la validez de la condición (Kilkpatrick et al, 2002) y B.) El valor del Coeficiente transversal de difusión que muchas veces es desconocido. El estado del arte en general para este tema ha avanzado significativamente, mas sin embargo la gran mayoría de los aportes están hechos con base en visiones puntuales (diferenciales) que requieren un complejo aparato matemático, lejos de una aplicabilidad de rutina (Atkinson et al, 2000) (Jobson, 1996) (Weitbrecht et al, 2002).

¹ Amazonas Technologies, Cali y de Hydrocloro, Bogotá, Colombia. alfredo.constain@amazonastech.com, jairo.carvajal@amazonastech.com, acr@amazonastech.com

² Facultad Ingeniería Civil, Universidad del Cauca. Popayán, Colombia, ralemos@ucauca.edu.co

Artículo recibido el 18 de abril de 2004, recibido en forma revisada el 25 de noviembre de 2005 y aceptado para su publicación el 19 de diciembre de 2005. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

Es interesante entonces tratar de desarrollar un enfoque alternativo para establecer la "Longitud de mezcla" sobre unas bases diferentes utilizando una fundamentación termodinámica, no puntual.

**EL COEFICIENTE DE ASIMETRÍA, Φ :
UNA FUNCIÓN DE NATURALEZA
TERMODINÁMICA**

En primer lugar, en el análisis de los fenómenos que se observan en el transporte de masa en cauces naturales, más que introducir un concepto complejo de "zona muerta" (Davis et al, 2000) es conveniente considerar que la forma no simétrica de las curvas de trazador que evolucionan en estos puede corresponder realmente a una composición entre la velocidad unidireccional del flujo (velocidad advectiva) y la velocidad bidireccional de difusión del trazador (Constaín et al, 2000). De estas apreciaciones se deriva la necesidad de definir una función que corresponda a la razón de estas velocidades. Se define ésta como:

$$\phi(t) = \frac{V_{dif}}{U_x} \tag{2}$$

En este contexto la velocidad de difusión se define como:

$$V_{dif} = \frac{\Delta}{\tau} \tag{3}$$

Donde τ es el tiempo característico de la dilución (correspondiendo a una desviación cuadrática media en el tiempo) y Δ es la distancia característica de la difusión, definida por la relación de Einstein-Smoluchowsky unidimensional (Einstein, 1956):

$$\Delta^2 = 2 \times E \times \tau \tag{4}$$

Aquí el Coeficiente longitudinal de dispersión-difusión es E . Por lo tanto se puede definir una ecuación de velocidad media no uniforme que permite enlazar parámetros hidráulicos con parámetros de transporte (Constaín et al, 2002) basándose en una naturaleza *Random Walk* generalizada para los movimientos difusivos y dispersivos válida para los sistemas disipativos según Prigogin (Prigogin, 1997)

$$U_x = \frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{2 \times E}{\tau}} \tag{5}$$

Esto tiene significación macroscópica en la mancha de trazador que avanza.

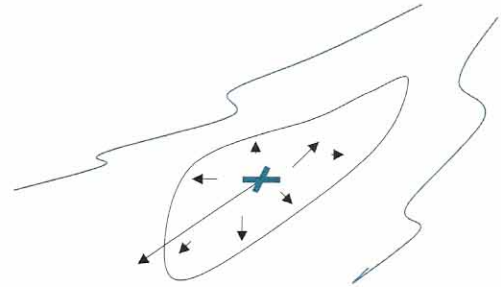


Figura 1. Movimiento advectivo de dirección única superpuesto al movimiento dispersivo (varias direcciones)

El movimiento *advectivo* se representa concentrado por la flecha grande desde el centro de masa, mientras que el movimiento *difusivo*, se muestra disperso con flechas en diferentes sentidos. La velocidad advectiva media U_x es el movimiento ordenado de las partículas del agua (y de trazador) que se desplazan *exactamente* con esa velocidad. La Velocidad media difusiva recoge todos los movimientos de las partículas *que no tienen exactamente* la velocidad U_x (Holley, 1969). Al moverse las partículas del agua que van con U_x , por la turbulencia ellas colisionan entre sí y con los objetos del lecho generando pérdida de energía que se transfiere como más capacidad de mezcla, o sea de difusión. Por eso se dice que las pérdidas en un cauce son una función de la velocidad advectiva.

$$Pérdidas = f(U_x) \tag{6}$$

También las pérdidas de energía se relacionan con un incremento de entropía si se considera el sistema como aislado, y este aumento de entropía se puede relacionar con algún parámetro del proceso de difusión, ya que éste es irreversible y precisamente se caracteriza por un incremento de entropía. Por ser dimensionalmente conveniente se escoge éste como *la velocidad de difusión*.

$$U_x \rightarrow Pérdidas \rightarrow \Delta Entropia \rightarrow difusión \rightarrow V_{dif} \tag{7}$$

Como este proceso es una rotura del equilibrio, el conjunto tenderá a responder tratando de restaurar el equilibrio perdido. El parámetro que mide esta reacción es precisamente V_{dif} .

$\Phi(t)$ COMO MEDIDA DE LA REACCIÓN DEL FLUJO A LA INYECCIÓN DEL TRAZADOR.

El vertimiento del trazador se puede considerar como una ruptura del equilibrio electroquímico que lleva el cauce en ese momento.

La presencia súbita de un mayor número de partículas de trazador altera de alguna forma los parámetros termodinámicos del flujo, así se considere una perturbación “pequeña”. Cuando un proceso de estos ocurre, el sistema perturbado “reacciona” mediante un proceso “inverso” que tiende a reestablecer el equilibrio (Principio de Le Chatelier). Los mecanismos mediante los cuales los diferentes sistemas físicos reaccionan son específicos de cada uno de ellos. El mecanismo específico en el caso de vertimiento de trazador en un flujo es la variación de la velocidad de difusión de ese trazador. Esta al comienzo es cero (cuando no existe el exceso de trazador) luego crece abruptamente hasta un máximo (mientras los dipolos del agua destruyen el ordenamiento cristalino del trazador) se estabiliza y se atenúa luego hasta desaparecer. El mecanismo de Le Chatelier aparece por el ingreso de la masa de trazador al solvente, dispuesta ya a difundirse, y este hecho debe generar unos mecanismos por los cuales esta perturbación se amortigüe. Un mecanismo idóneo para amortiguar este súbito incremento del número de partículas por unidad de volumen es mediante la disminución de la velocidad de difusión. En efecto si τ crece más rápido que Δ quiere decir que las partículas de trazador son cada vez más lentas dejando más espacios libres a su alrededor en la medida en que avanzan, esto conlleva la disminución del número de partículas por unidad de volumen, como se debe esperar. Que el tiempo característico de difusión crece más rápido que la distancia característica se ve en la ecuación de Einstein-Smoluchowsky en la cual ésta es proporcional a la raíz cuadrada de τ .

$\Phi(t)$ COMO MEDIDA DE LA ASIMETRÍA DE LA CURVA DE TRAZADOR.

La función $\Phi(t)$ mide la *asimetría* de la riada de trazador, como se describe en la ecuación siguiente:

$$\phi = \frac{t_2 - t_1}{t_2 + t_1} \quad (8)$$

Esta ecuación se deriva de la composición de velocidades que ocurre entre las partículas de trazador (velocidad difusiva –bidireccional-) y las partículas del agua (velocidad advectiva -unidireccional-). El frente de la curva de trazador tiene una adición de velocidades, mientras la parte trasera se forma mediante una resta de velocidades (por eso $t_1 < t_2$) teniendo un patrón Fickiano ideal cuando $t_1 = t_2$. En la Figura 2 se grafica la concentración de trazador vs. Tiempo.

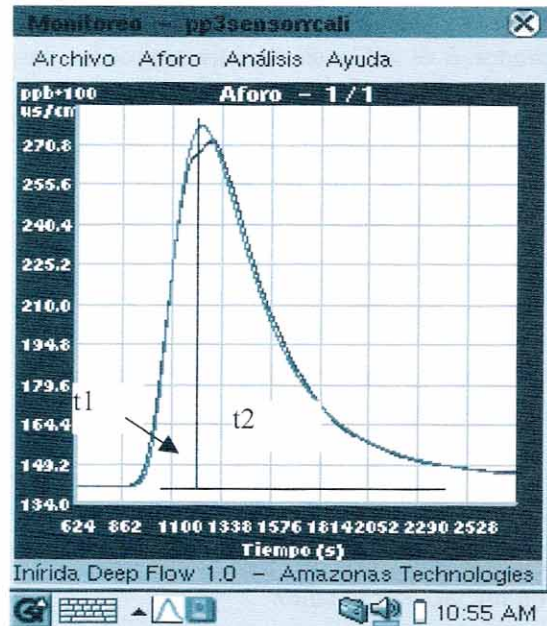


Figura 2. Curva de trazador en la que las partículas frontales del trazador van más rápido que las traseras formando la asimetría

EVOLUCIÓN DE Φ

Considerando el trazador como un gas ideal que se expandiona, el volumen creciente de agua que contiene al trazador, y que viaja aguas abajo desde el punto de vertimiento se puede considerar como un sistema isotérmico e isobárico aproximado. De acuerdo con la termodinámica básica, si se mira la formación de la curva de trazador como un proceso con pérdida debido a la turbulencia y a las fuerzas de fricción, un sistema irreversible en tales condiciones debe disminuir su entalpía libre (Planck, 1945).

Se tiene entonces la ecuación básica para este proceso isotérmico –isobárico:

$$\Delta G = \Delta H - T \times \Delta S \quad (9)$$

Aquí ΔG es la variación de entalpía libre, ΔH es el calor (entalpía) generado por la turbulencia y la fricción, T la temperatura absoluta y ΔS la variación de entropía del proceso. La entropía se puede calcular aproximadamente en función de la expansión isotérmica de un gas ideal, si se tienen condiciones de “baja concentración”.

$$\Delta S = n \times R \times \ln \left(\frac{V_o}{V_i} \right) \quad (10)$$

En esta expresión n es el número de moles del trazador, R es la Constante universal de los gases, V_o es el volumen de la mezcla final (en el cauce) y V_i es el volumen inicial de la mezcla (en el balde). Entonces se puede relacionar con el proceso de dilución del trazador introduciendo el producto caudal por tiempo en lugar del volumen final:

$$\Delta S = n \times R \times \ln\left(\frac{Q \times t}{V_i}\right) \quad (11)$$

Aquí Q es el caudal. Ahora, el volumen inicial se puede establecer como:

$$V_i = \frac{M}{C_i} \quad (12)$$

Donde M es la masa de trazador y C_i su concentración inicial. Por lo tanto:

$$\Delta S = n \times R \times \ln\left(\frac{Q \times t}{\frac{M}{C_i}}\right) \quad (13)$$

Desarrollando la entropía en la ecuación anterior

$$\ln\left(\frac{Q \times t}{\frac{M}{C_i}}\right) = \frac{\Delta H - \Delta G}{n \times R \times T} \quad (14)$$

Aplicando la función inversa y despejando el caudal:

$$Q = \left(\frac{M}{C_i \times t}\right) e^{\frac{\Delta H - \Delta G}{n \times R \times T}} \quad (15)$$

Para interpretar el caudal en función de los parámetros de la ecuación (5) se despeja el valor de E de esa ecuación:

$$E = \frac{U_x^2 \phi^2 \tau}{2} \quad (16)$$

En seguida es útil poner a τ (tiempo característico que define un área bajo la curva para el 68% de la masa del trazador) en función de t (tiempo general que define un área bajo la curva para el 100% de esa masa aproximadamente). Para ello se propone la siguiente ecuación que sale del análisis de tiempos de la curva gaussiana, en la que la razón siguiente es una constante de la forma mostrada (Constaín et al, 2005):

$$\frac{t}{\tau} = e^a \quad (17)$$

Ahora, si se supone que en un mecanismo totalmente al azar como la difusión, los tiempos de desplazamiento de distintos sectores de la curva gaussiana se distribuyen según la Ley de Poisson (Borel, 1971). Aplicando esta distribución para la suma total de los tiempos, t , a partir del tiempo característico, τ , se puede demostrar que a es una constante convergente con el valor notable adimensional que T. Svedberg encontró en su análisis del movimiento Browniano a principios del siglo XX: $a=1,54$ (Von Mises, 1936) por lo tanto:

$$\beta = \frac{\tau}{t} \approx e^{-1.54} \approx 0.215 \quad (18)$$

Ahora, para la masa del trazador M y el área de la sección transversal A se tiene la ecuación básica de Fick para el transporte de masa en un flujo:

$$C(x,t) = \frac{M}{A \sqrt{4\pi \times E \times t}} e^{-\left(\frac{(x-U_x t)^2}{4E t}\right)} \quad (19)$$

La ecuación (16) se puede reemplazar entonces en la ecuación anterior y se tiene una nueva ecuación de concentración de trazador en la que se obtienen formas No-Fickianas (asimétricas) concordantes con las curvas experimentales reales.

$$C(x,t) = \frac{M}{Q \times \phi \times t \sqrt{2\pi \beta}} e^{-\left(\frac{(x-U_x t)^2}{2\beta \phi^2 U_x^2 t^2}\right)} \quad (20)$$

Y entonces se obtiene la relación buscada, con el valor máximo de concentración, C_p , en el punto del observador, desarrollando la raíz cuadrada con $\beta=0.215$:

$$Q = \frac{M}{C_p \times \phi \times t \times 1.16} \quad (21)$$

Entonces a partir de la ecuación anterior y la ecuación (15) se puede encontrar una expresión general para Φ :

$$\phi = \left(\frac{C_i}{C_p}\right) \times \left(\frac{1}{1.16}\right) \times e^{\frac{\Delta G - \Delta H}{nRT}} \quad (22)$$

ΔG es una cantidad fija de energía suministrada con el trazador pero disponible solo gradualmente en el principio del proceso de formación de la riada,

por lo tanto la concentración inicial sea una función del tiempo en la fase inicial, con $C_i(t=0)=0$ lo que hace que la función sea $\Phi(t=0)=0$. ΔH es una cantidad creciente con el tiempo en la medida en que el cuerpo de fluido cubra cada vez más zonas turbulentas, entonces Φ primero crecerá desde cero hasta un máximo ($\Phi < I$) mientras la masa del trazador es hidratada, o sea que su estructura es penetrada por las partículas de agua (hasta X_0) y luego decrecerá, cuando se desarrolla la difusión propiamente dicha. Ahora, la función Φ es con respecto al tiempo, pero hay una relación simple entre espacio y tiempo a través de la velocidad, y entonces se puede expresar con respecto al espacio, $\Phi(X)$, tal como se muestra en la Figura 3

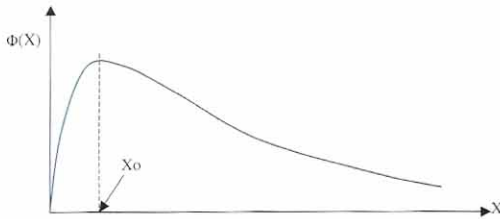


Figura 3. Φ describe la evolución termodinámica de la riada de trazador: en el flanco subiente la acción hidratante del agua y en el flanco descendiente la difusión subsiguiente.

$\Phi(X)$ COMO UNA FUNCIÓN DE EVALUACIÓN DE "MEZCLA COMPLETA"

A partir de las ideas anteriores se puede proponer un método para hallar la "longitud de mezcla" como concepto termodinámico.

Se va a demostrar primero que Φ es una función de estado y que por lo tanto es una característica propia de la pluma de trazador como sistema que tiende al equilibrio termodinámico. Para ello es necesario mostrar que $d\Phi$ es una diferencial exacta (Constain et al, 2005).

Sea la ecuación (21) puesta en forma de diferencial total describiendo a Φ como función de la concentración pico C_p y de la masa de trazador vertida, M :

$$d\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial C_p} \right) dC_p + \left(\frac{\partial \phi}{\partial M} \right) dM \quad (23)$$

Φ será una diferencial exacta si se cumple que el orden de derivación es indiferente:

$$\frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\partial \phi}{\partial C_p} \right) = \frac{\partial}{\partial C_p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial M} \right) \quad (24)$$

Entonces:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial C_p} \right) = \left(\frac{M}{Q \times t \times 1.16} \right) \times \frac{\partial (C_p^{-1})}{\partial C_p} = \frac{-M \times C_p^{-2}}{Q \times t \times 1.16} \quad (25)$$

Y

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial M} \right) = \left(\frac{C_p^{-1}}{Q \times t \times 1.16} \right) \times \frac{\partial (M)}{\partial M} = \frac{C_p^{-1}}{Q \times t \times 1.16} \quad (26)$$

Entonces:

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{\partial \phi}{\partial C_p} \right)}{\partial M} \right) = \frac{\partial \left(\frac{-M \times C_p^{-2}}{Q \times t \times 1.16} \right)}{\partial M} = \frac{-C_p^{-2}}{Q \times t \times 1.16} \quad (27)$$

Y

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{\partial \phi}{\partial M} \right)}{\partial C_p} \right) = \frac{\partial \left(\frac{C_p^{-1}}{Q \times t \times 1.16} \right)}{\partial C_p} = \frac{-C_p^{-2}}{Q \times t \times 1.16} \quad (28)$$

Por lo tanto Φ es una función de estado, independiente de los procesos que han ocurrido para que ella tome ese valor y es entonces una función termodinámica que describe *completamente* la evolución de la pluma de trazador hacia el equilibrio. Por lo tanto está relacionado con factores que tienen que ver con *el todo* del proceso. Esto es importante pues se pueden sacar varias conclusiones globales de su estudio.

En seguida se despeja Φ de la ecuación (21) y se reorganiza en un factor *notable* (entre paréntesis) en el numerador como se muestra en seguida:

$$\phi \approx \left(\frac{M}{Q \times t} \right) \times 0.86 \quad (29)$$

Este factor notable realmente es una concentración, pero lo interesante es que está en función del caudal, o sea involucrando un volumen por unidad de tiempo que puede hacerse corresponder al fluido que pasa por ese punto y que contenga una determinada cantidad de trazador. Esta concentración se puede denominar *Concentración volumétrica*, C_v .

Ahora, si Φ es una función de estado que describe la evolución de la pluma de trazador, y si en su

calculo se pueden identificar estados notables en su paso al equilibrio termodinámico, la ecuación (29) detecta que hay una primera condición entre la C_v y el valor de la *Concentración pico*, C_p , a través del *el valor medio central* de la Figura 4. En este caso se puede demostrar mediante la función de error que el valor medio de la distribución gaussiana es $0.44 C_p$, por lo tanto en condición de "Longitud de mezcla" se tiene:

$$\left(\frac{M}{Qt}\right)_{X=LM} = 0.441 \times C_p (X = LM) \quad (30)$$

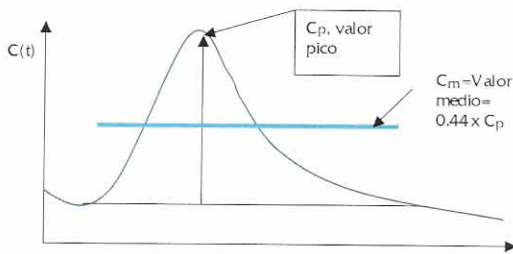


Figura 4. Segundo valor medio notable como función de la concentración pico de la riada

Por lo tanto en "Mezcla completa" en la sección transversal en el punto de medición el valor de Φ notable es:

$$\phi_{MC} \approx \frac{0.441 \times C_p}{C_p} \times 0.86 \approx 0.38 \quad (31)$$

Como uno de los objetivos es no hacer ningún tipo de medición transversal, esta condición especial se verifica en la práctica mediante el análisis de los valores de caudal, los cuales deben ser estables y convergentes una vez que Φ alcance el valor notable, pues precisamente la "Mezcla completa" se obtiene cuando el volumen de trazador examinado converge con la totalidad de fluido que pasa por unidad de tiempo por el punto de medición.

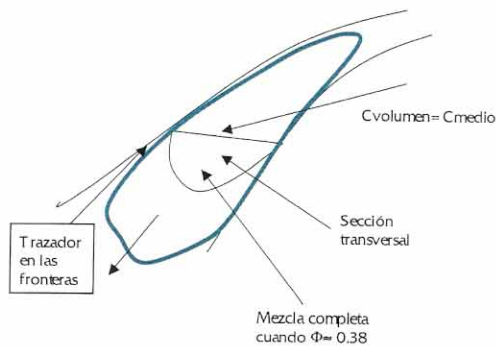


Figura 5. En "Longitud de mezcla" la uniformidad implica la convergencia de concentración de volumen y valor medio en función de C_p .

ESTUDIO DE CASOS ESPECÍFICOS

Para aplicar las nuevas relaciones propuestas el grupo de investigación desarrolló un equipo software-hardware para medir y analizar riadas de trazadores (sal o rodamina), denominado "Inirida Deep Flow" (Constain et al, 2004), que opera en tiempo real en Java sobre una plataforma interactiva graficando dichas riadas y permitiendo que se modelen luego mediante curvas teóricas, utilizando la ecuación (20). En tanto las dos clases de curvas coincidan, los parámetros que permiten el ajuste son tomados como correctos. En la Figura 6 se muestran fotografías de los componentes del equipo de medición. A izquierda aparece la interfaz electrónica que convierte las señales analógicas de los sensores en información de formato digital para la computadora de mano (PDA) que aparece en el centro. A la derecha se muestra el sensor de conductividad utilizado. Para los dos experimentos documentados se utilizó sal común como trazador. La herramienta cuenta con subprogramas independientes de verificación del caudal medido mediante el cálculo del área bajo la curva, utilizando el principio de conservación de la masa (Simon A. ,1986).



Figura 6. Equipo de medición utilizado para la verificación de las propuestas teóricas (interfaz, PDA y sensor).

UN PEQUEÑO CANAL REVESTIDO

Es un canal pequeño con un ancho de $W=0.5$ m y una pendiente aproximada del 0.4%, sección semicircular y desgaste en su cubierta, además presenta elementos de rugosidad adicional en su lecho.

Se hace la primera jornada de diez experimentos a diversas distancias con el fin de medir los diferentes parámetros de hidráulica, de transporte y de morfología, midiendo entre ellos a $\Phi(X)$ con el fin de verificar la condición de "mezcla completa". En la siguiente Figura 8 se muestran todas las curvas de trazador logradas en el computador. En el centro se muestra la modelación (rojo) el primer vertimiento o curva experimental (azul) a

NUEVO MÉTODO DE CÁLCULO DE LA LONGITUD DE MEZCLA EN CAUCES NATURALES CON TRAZADORES CONSERVATIVOS

$X=44\text{ m}$ con $M=30\text{ g}$. Y a derecha la aplicación de la herramienta de verificación del valor del caudal medido con ecuación (21), mediante el cálculo del “área bajo la curva”

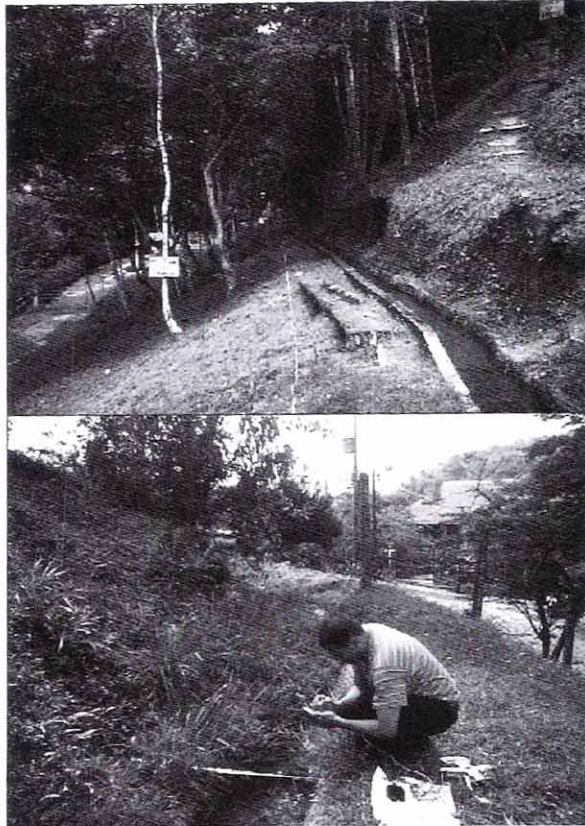


Figura 7. Canal estudiado y proceso de medición con el software “Inirida Deep Flow”

La Tabla 1 muestra los datos experimentales tomados en esta primera jornada, los cuales se tomaron de mayor distancia a menor distancia

Se muestran tanto datos hidráulicos (caudales Q y Q_a el segundo tomado con “área bajo la curva”, velocidad media U_x) y datos de transporte.

El análisis de estos datos puede resumirse así:

1. Se obtiene una serie de valores de $\Phi(X)$ concordantes con la expectativa teórica, disminuyendo en tanto aumenta la distancia.
2. El valor crítico de $\Phi \approx 0.38$ se obtiene entre el 9° y el 10° dato, o sea a una distancia aproximadamente a los 8 m. Donde se dice que ocurre “mezcla completa”
3. Los valores de Φ tienen un patrón estadístico similar, excepto en el 2° dato con mucho mayor masa(de prueba), el 8° por mostrar un error “grueso” probablemente por pérdida inadvertida de sal de la bolsita y el 10° por corresponder a una eventual situación de “mezcla incompleta”. Los datos promedios de caudal, calculados con la fórmula (21), Q , y verificado con la herramienta de “área bajo la curva”, Q_a , tienen en general una diferencia de solo el 4.7%, pero se nota un cierto error sistemático entre ellos que debe ser corregido en la recalibración del equipo.
4. La verificación de estabilidad para los valores de caudal se inicia aproximadamente en los 12 m, o sea un valor un poco mayor al obtenido con Φ . La variabilidad del 8° dato contribuye a la diferencia observada.
5. El valor de la velocidad media en el tramo, U_x , es un valor muy repetible.

Tabla 1 Datos experimentales tomados en el canal.

No.	X m	M g	Φ	Q l/s	Q_a l/s	U_x m/s	E m ² /s	C_p Mgr/l
1	44	30	0.237	24.1	23.2	0.446	0.119	45.8
2	44	300	0.222	21.9	20.6	0.449	0.105	541.4
3	39	30	0.234	25.1	24.1	0.454	0.105	51.2
4	34	30	0.264	26.1	24.4	0.447	0.114	49.1
5	29	30	0.266	25.1	24.7	0.444	0.098	59.2
6	24	30	0.268	26.5	26.2	0.439	0.099	66.6
7	19	30	0.304	25.2	24.3	0.424	0.081	75.2
8	14	30	0.306	36.6	34.9	0.358	0.051	59.1
9	9	30	0.364	26.7	24.6	0.333	0.043	98.5
10	4	30	0.574	29.5	27.7	0.282	0.040	107.6
Promedio	---	---	---	26.7	25.5	---	---	---

Nota: Los promedios no significativos para el análisis se dejan sin calcular. Tomados por el software Inirida Deep Flow

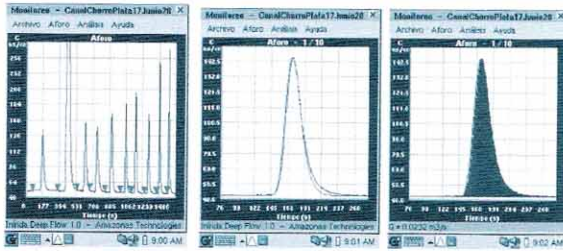


Figura 8. Pantallas de la PDA. Para este experimento en el canal: Todas las curvas y la primera curva con la verificación de caudal por la herramienta del “área bajo la curva”.

La Figura 9 muestra la graficación de Φ vs. Distancia con masa de trazador de 30 gramos. Se ve que el punto donde alcanza $\Phi \approx 0.38$ ocurre cerca de los 8 m.

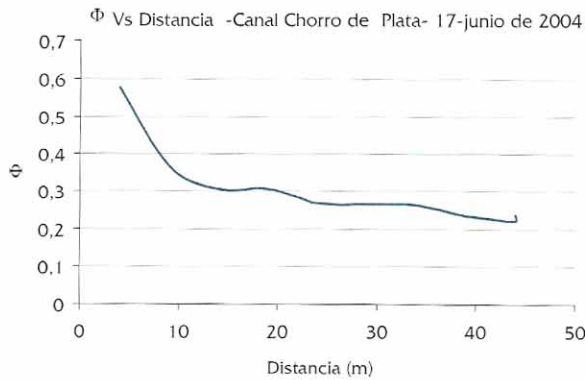


Figura 9. Φ en función de la distancia para el canal

Una primera verificación aproximada de esta condición de “Mezcla completa” se hace mediante el examen de los datos de caudal, los cuales a partir de esta distancia deben mostrar una cierta estabilidad y convergencia, para este experimento, utilizando una interpolación (segmento punteado) esto sucede a partir de los 12 m. Se muestran los datos de caudal, Q , con la fórmula (21) y los datos generados por la herramienta de “área bajo la curva”, Q_a , Figura 10

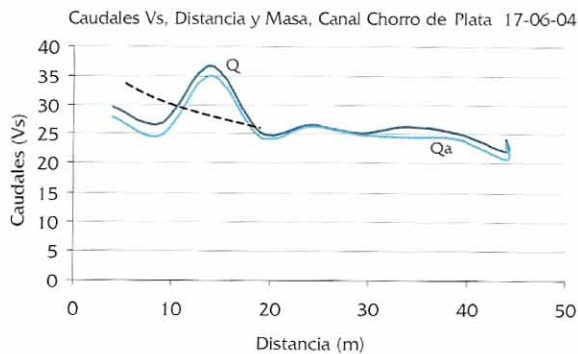


Figura 10. Caudales calculados mediante la fórmula (21), Q , y mediante la herramienta “área bajo la curva”, Q_a , en función de la distancia para el canal

Una verificación más directa y más precisa de que se ha alcanzado aproximadamente la condición de “Mezcla completa” en el canal para una distancia aproximada a los 8 m. donde se estima que $\Phi \approx 0.38$, se hace utilizando la ecuación (30) que define analíticamente esta condición. Se toma entonces un dato con una distancia cercana. Por lo tanto se escoge el dato a $X=9.0$ m. Aquí se utilizan los valores correspondientes en la Tabla 1 con la masa (en gramos), velocidad (m/s), distancia (m), Φ y se toma un promedio entre los dos caudales Q y Q_a . (en litros/s)

$$\left(\frac{M}{Q t} \right)_{X=LM} = \frac{30}{25.7 \times 27} = 43.2 \text{ Mgr/l}$$

Y también, de los valores de la Tabla 1:

$$0.441 \times C_p(X = LM) = 0.441 \times 98.5 \text{ Mgr/l} = 43.4 \text{ Mgr/l}$$

Por lo tanto queda verificada la condición con un error menor al 1%.

UN RÍO DE MONTAÑA

Se llevó a cabo una segunda jornada en un cauce denominado “Pance-Derivación”. Este es un río de montaña de aproximadamente un ancho de $W = 4$ m. Figura 11

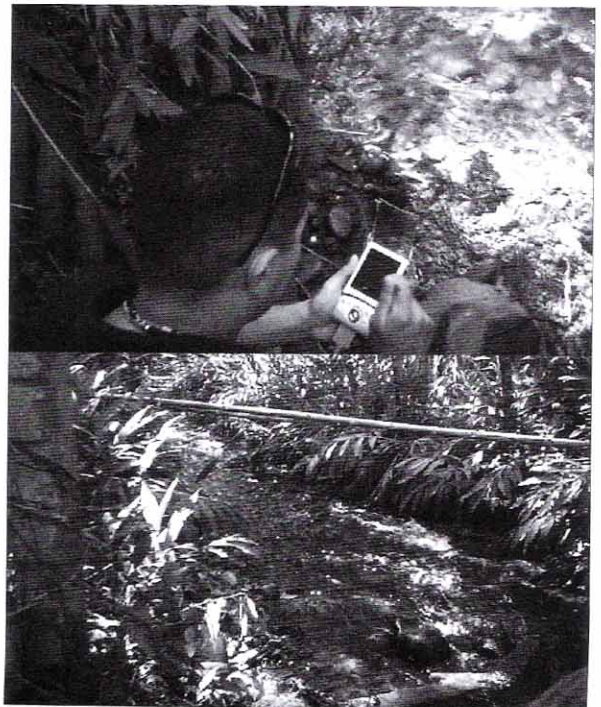


Figura 11. Utilizando el “Inirida Deep Flow” y vista del río

Se hace una jornada de doce vertimientos, seis de los cuales a diferentes distancias para ver el comportamiento de la función $\Phi(X)$. En la Figura No.12 se muestran dos curvas de trazador (en azul) y sus respectivos modelos teóricos (en rojo). Se hace evidente que la curva de la izquierda tomada a 293 m. es mucho mejor formada que la curva de trazador lograda a 10 m. Este patrón de ruido es común en riadas tomadas a una gran cercanía entre vertimiento y medición, y es fuente de variabilidad estadística.

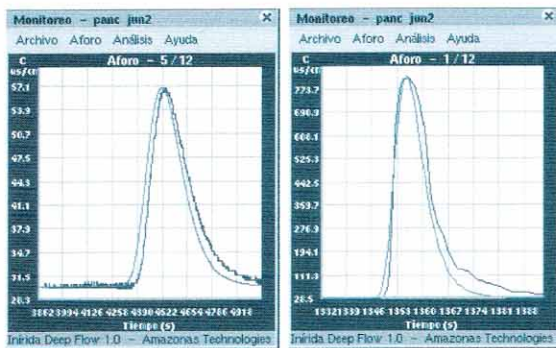


Figura 12. Dos mediciones representativas del cauce mostrando la curva experimental y el modelamiento teórico.

La Tabla 2 Muestra los datos tomados en esta jornada.

El análisis de estos datos puede resumirse así:

1. Se obtiene una serie de valores de $\Phi(X)$ concordantes con la expectativa teórica, disminuyendo en tanto aumenta la distancia. Se observa sin embargo una mayor variabilidad que en el canal.
2. El valor crítico de $\Phi \approx 0.38$ se obtiene para el 3º, o sea a una distancia aproximada a los 100 m. donde se dice que ocurre "Mezcla completa".
3. Los valores de Φ tienen un patrón estadístico similar, excepto en el 2º dato con un error "grueso"

debido a las fluctuaciones que se presentan en las curvas de trazador a distancias pequeñas entre vertimiento y medición. Los datos promedios de caudal, calculados con la fórmula (21), Q , y verificado con la herramienta de "área bajo la curva", Q_a , tienen en general una diferencia menor al 8%. Se nota así mismo un cierto error sistemático entre ellos que debe ser corregido en la recalibración del equipo.

4. La verificación de estabilidad para los valores de caudal se inicia aproximadamente en los 100 m, o sea un valor convergente al obtenido con Φ .
5. El valor de la velocidad media en el tramo, U_x es un valor muy repetible.

La Figura 13 muestra la variación de Φ con la distancia. Pese a la fluctuación se puede estimar por interpolación (segmento punteado) que la condición de $\Phi=0.38$ se obtiene poco antes de 100 m. aproximadamente.

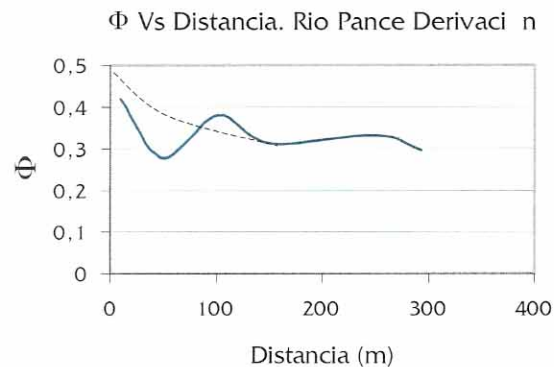


Figura 13. En función de la distancia para el río

La Figura No.14 muestra la variación del caudal con la distancia para el río en examen. Se muestra como la estabilidad de los valores de caudal se inicia aproximadamente a los 100 m.

La Tabla 2 Datos de la segunda jornada.

No.	X m.	M Gr.	Φ	Q m³/s	Qa m³/s	Ux m/s	E m²/s	Cp Mgr/l
1	10.0	1007	0.418	0.268	0.211	0.450	0.089	443.4
2	50.0	1025	0.280	0.394	0.379	0.566	0.235	90.7
3	101.3	1011	0.380	0.326	0.310	0.386	0.62	26.8
4	151.3	1018	0.314	0.346	0.331	0.404	0.65	21.6
5	251.3	1026	0.332	0.331	0.296	0.438	1.31	14.0
6	293.3	1007	0.297	0.340	0.332	0.439	1.23	12.9
Promedio	---	---	---	0.334	0.310	---	---	---

Nota: Los promedios no significativos para el análisis se dejan sin calcular, llenados sus espacios con líneas a trazas.

Se muestran los datos de caudal con la fórmula (21), Q y los datos generados por la herramienta de “área bajo la curva”, Q_a .

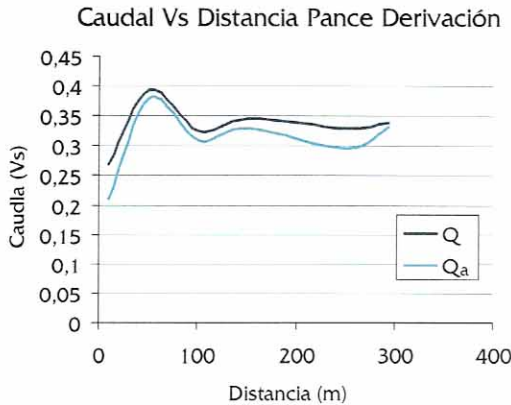


Figura 14. Caudales calculados mediante la fórmula (21), Q , y mediante la herramienta “área bajo la curva”, Q_a , en función de la distancia para el río.

Una verificación más directa y más precisa de que se ha alcanzado aproximadamente la condición de “Mezcla completa” en el cauce para una distancia aproximada a los 100 m. donde se estima que $\Phi \approx 0,38$, se hace utilizando la ecuación (30) que define analíticamente esta condición. Se toma entonces un dato con una distancia cercana. Por lo tanto se escoge el dato a $X=101,3$ m. Aquí se utilizan los valores correspondientes en la Tabla 2 con la masa (en gramos), velocidad (m/s), distancia (m), Φ y se toma un promedio entre los dos caudales Q y Q_a . (En litros/s)

$$\left(\frac{M}{Qt}\right)_{X=LM} = \frac{1001}{318 \times 262.4} = 12.0 \text{ Mgr/l}$$

Y también, de los valores de la Tabla 2:

$$0.441 \times C_p(X = LM) = 0.441 \times 26.8 \text{ Mgr/l} = 11.8 \text{ Mgr/l}$$

Por lo tanto queda verificada la condición con un error menor al 2%.

CONCLUSIONES

1. Se desarrollaron en este artículo varias ecuaciones de naturaleza termodinámica que describen la evolución global de la pluma de trazador conservativo en cauces naturales, lo que permite sacar conclusiones volumétricas con base en información unidimensional.

Se demostró que la llamada “función de asimetría” $\Phi(X)$ no solo describe la naturaleza no fickiana de las curvas de trazador reales, sino que también señala puntos notables de la tendencia al equilibrio del proceso, en especial la condición de “mezcla completa” por ser una función de estado.

2. Se aplicó una nueva herramienta tecnología, el software “Inirida Deep Flow” para poner en práctica las ideas teóricas presentadas y verificar las predicciones hechas. Este equipo desarrollado por el Grupo de investigación y la empresa AMAZONAS TECHNOLOGIES permitió una toma “en el sitio” y en “tiempo real” de los diferentes datos.
3. Mediante esta herramienta se observó una modelación convergente de las curvas experimentales de trazador para dos jornadas de campo a partir de la ecuación teórica de transporte de masa propuesta por el Grupo de investigación.
4. Igualmente se hicieron mediciones de la función $\Phi(X)$ No obstante las variaciones aleatorias en las variables asociadas a los diferentes pasos del proceso de medición se logró demostrar que existe una tendencia de dicha función a disminuir con la distancia, tal como estaba previsto teóricamente. Esta tendencia fue más fácil de advertir en el canal que en el río.
5. Se observó asimismo una significativa estabilidad de los caudales cuando la función $\Phi(X)$ toma un valor cercano a 0.38 y posterior, indicando con ello que la “longitud de mezcla” puede haberse alcanzado. Este efecto fue más pronunciado en el canal que en el río.
6. La aplicación del criterio numérico de convergencia de dos concentraciones notables cuando hay “Mezcla completa” funcionó adecuadamente, apoyando las estimaciones iniciales basadas en el comportamiento de $\Phi(X)$ quedando demostrado que el modelo teórico conecta apropiada y congruentemente todos los valores experimentales como corresponde a una teoría apropiadamente formulada.
7. Los datos de caudal obtenidos por dos métodos diferentes fueron convergentes dentro del margen del error experimental observado.

8. Respecto de los errores puede decirse en general que la utilización del método de trazadores asegura una precisión buena una vez que se tengan los sensores adecuadamente calibrados. Por esta razón muchas mediciones críticas son hechas con base en esta técnica. Y por otro lado si se hacen las mediciones de caudal con base en el cumplimiento de la "Longitud de mezcla" este parámetro se obtiene con un valor bastante preciso si el ruido de conductividad no es significativo. Comparando esta técnica con otros métodos como por ejemplo el molinete sus precisiones son convergentes para cauces pequeños, de bajas velocidades y secciones regulares, pero el método de trazadores lo supera si se trata de cauces mayores, de velocidades altas y secciones irregulares. También para velocidades muy bajas del cauce donde el rotor del molinete tiene dificultad para moverse el método de trazadores funciona mejor aunque con tiempos prolongados de medición. Cuando aparece exceso de ruido de conductividad que pueda deteriorar la medición con sal común como trazador se aconseja utilizar trazadores fluorimétricos.
9. El software permite verificar el dato de caudal mediante una segunda medición usando el principio de conservación de masa. Usualmente esas mediciones son bastante parecidas entre sí, si no hay ruido de conductividad apreciable.
10. Los valores de las velocidades medias en el tramo, U_x son muy repetibles en el canal, y un poco menos en el río.
11. Para evaluaciones específicas de "Longitud de mezcla" este método puede ofrecer significativas ventajas sobre otros de naturaleza empírica o estadística, ya que su formulación puede ser aplicada a una predicción racional de eventos de contaminación. Por principio, una fundamentación termodinámica le da mayor precisión a sus resultados sobre las de otros métodos, y sobre todo utilizando un aparato matemático mucho más sencillo.
12. El método de trazadores debe realizarse en un tramo en el que no haya ni fuentes o sumideros no contabilizados. Para los dos experimentos documentados en este Artículo esta condición fue cumplida. Algunas veces esta restricción no se puede cumplir y la medición es impracticable.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área seccional cruzada del cauce en m^2 .
a	Constante adimensional de Svedberg con valor 1,54
$C(x,t)$	Concentración instantánea en x y a t en mgr/l .
C_i	Concentración inicial en el balde de mezcla en l .
C_p	Concentración máxima (pico) en el sitio de medición en mgr/l .
C_v	Concentración volumétrica notable en mgr/l
E	Coefficiente longitudinal de dispersión en m^2/s .
G	Entalpía libre en j .
H	Entalpía en j .
k	Constante adimensional de proporcionalidad para calcular "Longitud de mezcla" empíricamente
Q	Caudal promedio en el tramo en m^3/s .
L_{Ml}	Longitud de mezcla en s .
MC	Condición de "Mezcla completa"
M	Masa de trazador en kg .
n	Número de moles
R	Constante Universal de los gases con valor 8.31 j/K
S	Entropía en $j/^\circ K$
T	Temperatura absoluta en K°
t	Tiempo en s .
t_1	Tiempo incremental del flanco subiente de la riada en s .
t_2	Tiempo incremental del flanco bajante de la riada en s .
U_x	Velocidad media del flujo en el tramo de medición en m/s .
V_{dif}	Velocidad media de difusión en m/s .
V_i	Volumen inicial de la pluma en l .
V_0	Volumen final de la pluma en l .
W	Ancho medio del cauce en m
x	Eje longitudinal en m .
β	Constante de proporcionalidad entre t y τ con valor 0.216

- Δ Longitud característica de difusión en m .
 Φ Función de asimetría de la riada
 τ Tiempo característico de difusión en s .

RECONOCIMIENTOS

Se expresan agradecimientos al Parque Tecnológico de Software de Cali (Parquesoft) por su apoyo a este proyecto industria-universidad. A las universidades Autónoma de Occidente (Cali), del Cauca (Popayán) y de Los Andes (Bogotá) por su apoyo técnico-científico. A las universidades Javeriana (Bogotá), Militar (Bogotá) y la Salle (Bogotá) por su confianza en los desarrollos logrados. A la CVC por su importante y permanente acompañamiento en las verificaciones de campo. A COLCIENCIAS y PROEXPORT por su apoyo continuado desde el Gobierno central. Al ing. Harold Quevedo Gaviria por su participación decisiva en el desarrollo del software. A la empresa Turner Designs de USA por el apoyo técnico en el manejo y calibración del sensor de Rodamina, y el suministro del sensor fluorimétrico "Cyclops 7".

REFERENCIAS

- Atkinson T.C. y Davis P.M. 2000. Longitudinal dispersion in natural channels: 1. Experimental results from the River Severn, U.K. *Hydrology and earth Systems Sciences*: 4(3), 345-353.
- Borel E. 1971. *Las probabilidades y la vida*. Oikos-tau, Barcelona. 107-109
- Constain A., Lemos R, y Carvajal A. 2000. Medición de factores de resistencia y el de difusión turbulenta en cauces fluviales. *Memorias XIX Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Tomo I, Córdoba, Argentina, 738-741
- Constain A, Lemos R, y Agredo O.F. 2002. Applications of a non-uniform flow velocity equation in streams, *River Flow 2002*, Volumen 1, Balkema Publishers, Netherlands. 135-142
- Constain A. Lemos R. Y Agredo O. 2003. Medición y modelación de eventos de transporte en cauces turbulentos mediante Tecnología IMHE *Revista Ingeniería del Agua*, Volumen 10, No.1, marzo 2003, España.19-26
- Constain A, Carvajal J., Carvajal A. y Lemos R. Aceptado desde 2004. Dispersión "Random Walk", irreversibilidad y velocidad del flujo no uniforme en los cauces turbulentos, Aceptado en *Revista Científica Guillermo de Ockham*, Universidad San Buenaventura, Cali, Colombia.
- Constain A, Carvajal J., Carvajal A. y Lemos R. 2003a. Tecnología IMHE: Nuevos desarrollos en la hidráulica, *Revista Ingeniería Civil* No129, CEDEX, Madrid, 137-140
- Constain A, Carvajal J., Carvajal A. y Lemos R. Aceptada 2005. Medición del Coeficiente Longitudinal de dispersión en canales, *Revista Ingeniería Civil*, CEDEX, Madrid, Julio 2005.
- Davis P.M. , Atkinson T.C. y Wigley T.M.L. 2000. Longitudinal dispersion in natural channels: 2. The role of shear flow dispersion and dead zones in the river Severn, U.K. *Hydrology and earth systems Sciences*, 4(3), 355-371.
- Einstein A. 1956. *Investigation on the theory of the Brownian movement*, New York, 68-85
- French. R. 1986. *Open Channel hydraulics*, Mc Graw-Hill, New York, 461-507
- Holley E.R. 1969. Unified view of diffusion and dispersion. *Journal of the Hydraulics Division*, Proceedings of the ASCE, March 1969, Pp 621-631.
- Jobson H.E. 1996. Prediction of travel time and longitudinal dispersion in rivers and streams. *US Geological Survey Water-resources investigations Report* 96-4013.
- Kilkpatrick F.A.y Cobb E.D. 2002. Measurement of discharge using tracers, USGS (link USGS publications en internet 2002) 1-42
- Planck M. 1945. *Treatise on Thermodynamics*, Dover, New York. Varios capítulos
- Prigogin I. 1997. *El fin de las certidumbres*, Editorial Andrés Bello, Santiago. Varios capítulos
- Sienko M.J. y Plane R.A. 1976. *Química teórica y descriptiva*, Aguilar, Madrid. Varios capítulos
- Simon A. 1986. *Hidráulica práctica*, Limusa, México. Varios capítulos
- Von Mises R. 1957. *Probability, statistics and truth*, Dover, New York, 185-195
- Wigert P. M. 1998. *Mecánica de fluidos*, Pearson, Mexico, varios capítulos
- Weitbrecht V, Uijtewaal W. Y Jirka G. 2002. 2-D Particle Tracking to determine transport Characteristics in rivers with dead zones (internet 2004 página web Dr. Weitbrecht) 1-9