SIMULACIÓN DE LA ESCORRENTÍA DIRECTA EN UNA CUENCA FORESTAL DEL NORTE DE ESPAÑA

M. Goñi, J.J. López, F. Gimena y U. Agirre

Departamento de Proyectos e Ingeniería Rural Universidad Pública de Navarra Campus de Arrosadia, 31006 Pamplona mikel.goni@unavarra.es

FUNDACIÓN PARA EL FOMENTO DE LA INGENIERÍA DEL AGUA

Resumen: Uno de los métodos más extendidos para simular el hidrograma de escorrentía directa en el ámbito del diseño hidrológico es la técnica del Hidrograma Unitario (HU). En base a un modelo de HU que se fundamenta en una asociación de depósitos lineales establecida en función de la red de drenaje de la cuenca, se propone una formulación que permite contemplar la variabilidad espacial de la lluvia, con la capacidad de introducir distintos yetogramas registrados en localizaciones diferentes. Este modelo se ha aplicado en la cuenca de Oiartzun, de 56,6 km² de superficie, situada en la parte oriental de la provincia de Guipúzcoa, y en la que se dispone de tres pluviómetros con registro continuo. Dicha cuenca en cuanto a usos, suelos y características físicas es representativa de la zona. Para evaluar el modelo se han seleccionado cuatro eventos de lluvia. Para estos cuatro eventos se ha aplicado el modelo Hidrograma Unitario Geomorfológico de Depósitos (HUIGD) agregado, introduciendo un yetograma único determinado por polígonos de Thiessen, y la variante del modelo HUIGD distribuido que permite la introducción de los tres yetogramas. Aunque ambos modelos presentan una buena capacidad de simulación, los resultados aportados por el distribuido mejoran en diferentes aspectos a los del agregado.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, se ha hecho un esfuerzo importante por caracterizar la respuesta media de una cuenca en función de sus propiedades geomorfológicas. Esta caracterización habitualmente se ha basado en la existencia de un Hidrograma Unitario Instantáneo, HUI. Así, los primeros en introducir el concepto de Hidrograma Unitario Instantáneo Geomorfológico, HUIG, fueron Rodríguez-Iturbe y Valdés (1979) que lo determinaron a partir de la función de distribución de probabilidad del tiempo de viaje del agua superficial a lo largo de la cuenca. Posteriormente Gupta et al. (1980) reafirmaron este concepto de HUIG y más tarde Rodríguez-Iturbe et al. (1982) obtuvieron unas relaciones lluviaescorrentía que, en una base teórica, únicamente dependían de los datos climáticos y geomorfológicos y no de los resultados de la calibración entre los datos de entrada y salida, a este hidrograma unitario se le denominó Geomorfoclimático. Otra forma de considerar la geomorfología de la cuenca en su función de respuesta o HUI, es la que consiste en expresar los parámetros del HUI de Nash (1957) en función de los índices morfológicos de cuenca de Horton (1945), tal como lo hizo Rosso (1984). También se puede conseguir formulando una expresión del HUIG que dependa de la función de anchura de la cuenca (Gupta *et al.*, 1986), concepto que mide el número de uniones de canales o cauces que se dan a una distancia del punto de desagüe de la cuenca, y tiene, por lo tanto, una influencia importante en la forma y la punta del hidrograma como señalan, entre otros, Kirby (1976), Karlinger y Troutman (1985) y Troutman y Karlinger (1986).

Por otra parte, el modelo de embalse se ha venido aplicando muy frecuentemente a la hora de simular el proceso lluvia-escorrentía y más concretamente para determinar el hidrograma unitario de una cuenca. Singh (1988) recopiló detalladamente modelos basados en esta teoría ya sean a nivel de un único depósito (p. ej. Clark, 1945, etc.) o de asociaciones en serie o en paralelo (p. ej. Nash, 1957; Dooge, 1959; etc.). Diskin y Simpson (1978) aplicaron un modelo sencillo de embalse y canal lineal para simular la circulación de escorrentía sobre una cuenca dividida en una serie de áreas o celdas interconectadas. Este modelo fue posteriormente modificado por Diskin *et al.* (1984), separando el exceso de lluvia generado en una determinada celda, del flujo de entrada en la misma procedente de las celdas existentes aguas arriba. El exceso de lluvia se hacía circular a lo largo de dos depósitos lineales consecutivos y el flujo entrante circulaba a través de otro depósito lineal. Posteriormente Diskin (1994) redujo toda su complejidad a un sencillo elemento de circulación caracterizado por un coeficiente. Más recientemente modelos de este último tipo, donde se trata la cuenca como una sucesión de depósitos lineales, han sido presentados por Wang y Chen (1996) y por Jen y Coon (2003).

En base al Hidrograma Unitario Geomorfológico de Depósitos (HUGD) (López *et al.*, 2005), modelo de hidrograma unitario que se fundamenta en una asociación de depósitos lineales establecida en función de la red de drenaje de la cuenca, se propone una formulación que permite contemplar la variabilidad espacial de la lluvia, con la capacidad de introducir distintos yetogramas registrados en localizaciones diferentes. El objetivo del presente trabajo, por lo tanto, además de presentar dicha formulación, es analizar su capacidad de simulación. Dicho análisis se plantea mediante una comparación de los resultados de la aplicación del modelo agregado (López et al., 2005) y esta versión distribuida. La cuenca donde se centra el estudio es Oiartzun, de 56,6 km² de superficie y situada en la parte oriental de la provincia de Guipúzcoa (Figura 1). Se han seleccionado cuatro eventos de lluvia para los que se ha aplicado el modelo HUIGD agregado, introduciendo un yetograma único determinado por polígonos de Thiessen a partir de los registros de los tres pluviómetros existentes en la zona, y, la variante del HUIGD con lluvia distribuida, que contempla la variabilidad espacial de la lluvia y permite, por lo tanto, la introducción de los tres yetogramas.

MATERIAL Y MÉTODOS

Descripción de la cuenca

La cuenca de Oiartzun tiene una superficie de 56,6 km², está situada en la parte oriental de la provincia de Guipúzcoa, tal como se puede ver en la Figura 1, y engloba al municipio de Oiartzun. Presenta elevadas pendientes con una media del 36,3 %, y una longitud del cauce principal de 14,67 km y de pendiente media del 5,6%. La densidad de drenaje de la cuenca (relación entre la longitud de cauces considerados y el área) es de 1,014 km $^{-1}$. En cuanto a la litología, cabe destacar que la cabecera se asienta sobre una zona granítica mientras que en la parte baja el material originario es de pizarras, margas y calizas. Los suelos tienen baja permeabilidad en la mayoría de las zonas, llegando a ser impermeables en zonas próximas a los cauces. En relación a los usos del terreno en la parte alta se encuentran principalmente bosques caducifolios (52,4%), matorral (9,6%), roquedos (2,0%) y pastizales altos (4,5%). En la parte



Figura 1. Localización de la cuenca de estudio, Oiartzun (Guipúzcoa)

		Evento 1		Evento 2		Evento 3		Evento 4	
		P_{Total}	$P_{\scriptscriptstyle Efec}$	$P_{\scriptscriptstyle Total}$	P_{Efec}	$P_{\scriptscriptstyle Total}$	$P_{\scriptscriptstyle Efec}$	$P_{\scriptscriptstyle Total}$	P_{Efec}
	$P^{_1}$	48,1	5,43	81,5	12,8	64,5	27,4	80,0	23,5
Dist	P^2	201,4	70,4	146,0	37,0	38,2	14,1	104,4	36,6
	P^{3}	134,0	35,0	91,4	16,0	56,8	20,7	167,4	77,8
Agr	P_{Agr}	128,0	38,3	111,2	23,9	51,8	20,6	103,7	37,3
		CN	I_a	CN	I_a	CN	I_a	CN	I_a
	I_a^1		0,6		0,5		6,7		0,0
Dist	I_a^2	40,8	1,4	37,1	0,0	79,8	0,2	57,0	0,2
	I^1_a		1,6		0,0		8,6		0,4
Agr		46,4	1,1	38,5	0,21	80,2	4,14	58,1	0,15

 Tabla 1. Precipitación total y efectiva (mm) de los pluviómetros en cada uno de los eventos

baja la mayoría de la superficie esta cubierta por prados (28,5%) y zonas urbanas (3,1%), correspondientes al núcleo urbano de Oiartzun y al polígono industrial donde se encuentra la estación de aforos.

Los datos de caudal utilizados han sido registrados en la estación hidrológica ubicada en el punto de salida de la cuenca, dicha estación pertenece a la Red Hidrometeorológica de la Diputación Foral de Guipúzcoa (www4.gipuzkoa.net/oohh/web/esp/index.asp) y consta de un vertedero doble triangular (Crump) registrándose el nivel cada 10 minutos mediante dos sensores. Los datos de lluvia, por otro lado, se han tomado de tres estaciones meteorológicas diferentes, P^l , ubicadas a la salida de la cuenca, en una zona intermedia, y en cabecera. El área de influencia de cada una de las tres estaciones con respecto al área total de la cuenca es del 41,34 % para la primera, del 43,73 % para la segunda y del 14,93 % para la tercera.

Para evaluar el modelo se han seleccionado cuatro eventos de lluvia correspondientes a las fechas: 13/02/2000, 25/03/2000, 15/10/2000 y 04/05/2001. En cada uno de ellos se ha aplicado el método del número de curva (Mockus, 1972) para obtener el yetograma de precipitación efectiva (YPE), y el método del flujo base fijo (Chow *et al.*, 1988) para determinar el hidrograma de escorrentía directa (HED). El método del número de curva, CN, y estimando las pérdidas iniciales, I_a , como aquella precipitación que acontece hasta el inicio del HED observado. Si esto es textualmente en el caso del modelo con precipitación agregada,

cuando hablamos del modelo con precipitación distribuida en realidad se estiman tres valores de pérdidas iniciales, I_a^l , uno para cada yetograma. En la Tabla 1 se muestran los valores de los parámetros más representativos de cada uno de los eventos de lluvia.

Descripción de los modelos

Conforme a lo expuesto anteriormente, en este trabajo, a partir del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico de depósitos (HUIGD) deducido a partir del HUGD propuesto por López *et al.* (2005), se presenta un procedimiento para incorporar la variabilidad espacial de la lluvia en dicho hidrograma unitario. Se propone, por lo tanto, un hidrograma unitario que incorpora la geomorfología de la cuenca y la variabilidad espacial de la lluvia.

Se parte de la consideración de la cuenca como un conjunto de sistemas o depósitos, lineales e invariables en el tiempo, que se asocian a las subcuencas que pueden configurarse en función de la red de drenaje superficial. En cada depósito se aplica la ecuación de continuidad, ec.(1), y la ecuación de almacenamiento, ec.(2)

$$\frac{dS(t)}{dt}I(t) - Q(t) \tag{1}$$

$$S(t) = kQ(t) \tag{2}$$

donde t es el tiempo; S(t) es el agua almacenada; I(t) es el flujo de entrada; Q(t) es el caudal de salida y k es la constante de almacenamiento.

El número de depósitos se establece dividiendo la superficie de la cuenca en subcuencas y agrupando las del mismo orden. Las subcuencas se generan a partir de las superficies de aportación a los cauces de la red de drenaje permanente tal como indican López *et al.* (2005) o Agirre *et al.* (2005). En este caso se ha utilizado un procedimiento convencional de un Sistema de Información Geográfica (ARCView) partiendo del Modelo de Elevación Digital (MED) de la cuenca y de la red de cauces antes mencionada. La cartografía utilizada, escala 1:5.000, pertenece a la Diputación General de Guipúzcoa. En las Figuras 2 y 3 se puede ver la división en subcuencas y su representación conceptual en depósitos para ambos casos: precipitación agregada y distribuida.

Modelo con lluvia uniforme

En este caso la lluvia se distribuye uniformemente en el espacio, la altura sobre cada depósito es la misma, resultado de la aplicación del método de Polígonos de Thiessen a los diferentes pluviómetros considerados en la cuenca (Figura 2).

La respuesta a un pulso de lluvia unitario e instantáneo se obtiene resolviendo el sistema que resulta de aplicar las ecs.(1) y (2) a la cascada de depósitos, así se obtiene

$$u_{Agr}(t) = \frac{e^{-t/k}}{k} \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{(i-1)!} \left[\frac{t}{k}\right]^{i-1}$$
(3)

siendo

$$A_i = \sum_{l=1}^q A_i^l \tag{4}$$

donde u_{Agr} es la respuesta de la cuenca a un pulso de lluvia unitario e instantáneo, n es el número total de ordenes de la cuenca; A_i es el área de las subcuencas de orden i, A_i^l es el área de las subcuencas de orden i y pluviómetro l y q es el número total de pluviómetros.

El caudal en la salida de la cuenca se obtiene realizando la convolución con la precipitación efectiva agregada (López *et al.*, 2007),

$$Q_{Agr}(t) = \int_0^t P_{Efec,Agr}(\tau) \cdot u_{Agr}(t-\tau) \cdot d\tau$$
 (5)

donde Q_{Agr} es el caudal en la salida de la cuenca y $P_{Efec,Agr}$ es la precipitación efectiva agregada. La precipitación efectiva se extrae de la precipitación agregada,

$$P_{Agr}(t) = \sum_{l=1}^{q} \left[P^l 8t \right] \frac{A^l}{A_T}$$
(6)

siendo

$$A^l = \sum_{i=1}^n A^l_i \tag{7}$$

$$A_T = \sum_{l=1}^{q} \sum_{i=1}^{n} A_i^l$$
 (8)

donde P_{Agr} es la precipitación agregada, P^l es la precipitación en el pluviómetro l, A^l es el área de influencia de cada pluviómetro l y A_T es el área total de la cuenca.



Figura 2. Representación del modelo conceptual de depósitos de la cuenca de *Oiartzun* con lluvia uniforme



Figura 3. Representación del modelo conceptual de depósitos de la cuenca de *Oiartzun* con lluvia distribuida

Modelo con lluvia distribuida

En este caso, no se asume una distribución uniforme de lluvia en el espacio, la altura de precipitación en cada depósito depende de la influencia espacial de los distintos pluviómetros. Así, un único depósito puede estar influenciado por los tres pluviómetros, como es el caso del de orden 4 (Figura 3), con tres alturas de lluvia con valores proporcionales a las áreas de influencia de cada uno de los pluviómetros, o por dos pluviómetros como es el caso de los depósitos de orden 9 y 5.

De manera análoga a la anterior se obtiene la respuesta a un pulso de lluvia unitario e instantáneo para cada área de influencia de los pluviómetros como:

$$u^{l}(t)\frac{e^{-t/k}}{k}\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{i}^{l}}{(i-1)!}\left[\frac{t}{k}\right]^{i-1}$$
 (9)

siendo u^l la respuesta de la cuenca a un pulso de lluvia unitario e instantáneo en el pluviómetro l.

Una vez obtenido el hidrograma unitario instantáneo de cada área de influencia de los pluviómetros se convoluciona con la precipitación efectiva de cada pluviómetro, ec.(10) (López *et al.*, 2007), y finalmente se suman cada una de las respuestas a los correspondientes pluviómetros para obtener el hidrograma en la salida de la cuenca,

$$Q^{l}(t) = \int_{0}^{t} P^{l}_{Efec}(\tau) \cdot u^{l}(t-\tau) \cdot d\tau \qquad (10)$$

$$Q_{Dist}(t) = \sum_{l=1}^{q} Q^{l}(t)$$
 (11)

donde Q^l es el caudal en la salida de la cuenca generado por cada uno de los pluviómetros $l, \ P^l_{Efec}$ es la precipitación efectiva en el pluviómetro l y Q_{Dist} es el caudal en la salida de la cuenca.

La diferencia fundamental entre el modelo con lluvia uniforme y el modelo con lluvia distribuida radica en la precipitación asignada a cada depósito.

RESULTADOS

Como va se ha comentado con anterioridad, el objetivo del trabajo es ver si el modelo con lluvia distribuida mejora la simulación del modelo con lluvia agregada, con este fin se comparan los resultados obtenidos en ambos casos. En el primer caso (lluvia distribuida) el modelo se alimenta de los tres YPE, estimados para cada uno de los pluviómetros, y genera las respuestas de cada una de las áreas de influencia, determinada por polígonos de Thiessen, correspondientes a cada pluviómetro. En este caso el HED total es el resultado de la suma de las tres respuestas. En el segundo caso (lluvia agregada) se utiliza como entrada al modelo una lluvia efectiva, $P_{Efec,Agr}$, obtenida del yetograma resultado de componer por el método de Thiessen los vetogramas de los distintos pluviómetros (media ponderada de cada pluviómetro en función del área de influencia de cada uno de ellos).

El valor de k, coeficiente de almacenamiento, se estima mediante dos procedimientos: optimización y momentos. En el primer caso, por la propia sencillez del modelo que depende de un único parámetro, la estimación del valor de k por optimización se basa en la selección del valor que minimiza el error cuadrático o, dicho de otra forma, maximiza el índice de eficiencia, E, propuesto por Nash y Sutcliffe (1970) y expresado en la ec.(12). Este índice, por otra parte, también se utiliza para evaluar la bondad del ajuste de los hidrogramas simulados a los observados. El valor máximo de la eficiencia es la unidad para el caso de identidad entre lo observado y lo simulado. El método del HU es una técnica que se utiliza fundamentalmente para estimar los valores del caudal de diseño o caudal punta, por este motivo, precisamente se ha seleccionado este estadístico, E, al ser muy sensible a los datos de mayor magnitud de la variable

$$E = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{m} (Q_{Obs,j} - Q_{Sim,j})^2}{\sum_{i=1}^{m} (Q_{Obs,j} - \bar{Q}_{Obs})^2}$$
(12)

donde m es el número total de intervalos, $Q_{Obs,j}$ es el valor del hidrograma observado en cada instante j, $Q_{Sim,j}$ el del hidrograma simulado en cada instante j, y el valor del hidrograma medio observado es \bar{Q}_{Obs} .

La estimación del parámetro, k, por momentos se basa en la determinación de la diferencia de momentos entre el YPE y el HED observado, $[t_{HED} - t_{YPE}]$, según la ec.(13). El interés de este método de estimación radica en que, de esta forma, el valor de k viene a representar, según la ec.(13), un tiempo de respuesta de la cuenca que podría ser estimado en función de las características geomorfológicas de la cuenca si se dispusiera de un número mayor de eventos

$$k = \frac{A_T}{\sum_{i=1}^{n} A_i} [t_{HED} - t_{YPE}]$$
(13)

siendo A_T el área total de la cuenca y A_i las áreas de los correspondientes órdenes *i*.

En la Tabla 2 se presentan los valores de k y Eestimados para todos los eventos y casos considerados. Se observa que los valores del parámetro k obtenidos por momentos y optimización son muy similares, y que en todos los casos se consiguen valores de E superiores a 0,9. Al comparar los resultados obtenidos con precipitación agregada o distribuida, se observa que el tratamiento distribuido mejora algo, en torno 1%, la eficiencia media con respecto al agregado, lo que no parece muy significativo estadísticamente. Lo mismo se puede comentar respecto a las diferencias entre los métodos de estimación del parámetro k, no se aprecian diferencias significativas. Sin embargo, teniendo en cuenta las desviaciones típicas, se puede afirmar que el modelo con precipitación distribuida presenta unos valores inferiores, fundamentalmente en el valor del parámetro k, lo que, en principio, puede suponer un mejor comportamiento. También en la Tabla 2 se muestran los valores del caudal punta simulados en ambos modelos, se observa que los valores simulados por el modelo distribuido son más próximos a los observados, aspecto de relevancia en el método utilizado del hidrograma unitario.

En la Figura 4 se muestran las variaciones del valor de la eficiencia, E, en función del valor de k, para los dos modelos, distribuido y agregado. Estas representaciones muestran la sensibilidad de la respuesta de ambos modelos al valor del parámetro, k. Como valoración general podemos comentar que ambos modelos son más sensibles para valores pequeños de k, las ramas ascendentes de las curvas (izquierda del valor máximo) presentan una pendiente mayor que las descendentes (derecha). Esto parece lógico ya que para tiempos de respuesta mayores parece que el hidrograma tiende a amortiguarse y el modelo se hace menos sensible.

	Evento 1		Evento 2		Evento 3		Evento 4		Media		Desv. Típica	
	Dist	Agr	Dist	Agr	Dist	Agr	Dist	Agr	Dist	Agr	Dist	Agr
k_{Mom}	31,9	38,0	51,8	52,9	33,0	29,5	39,3	42,9	39,00	40,84	9,11	9,79
k_{Opt}	32,9	38,8	58,2	62,1	30,9	27,7	34,4	36,8	39,09	41,36	12,82	14,67
E_{Mom}	0,985	0,987	0,955	0,952	0,979	0,958	0,937	0,914	0,964	0,953	0,022	0,030
E_{Opt}	0,985	0,987	0,959	0,960	0,982	0,960	0,949	0,931	0,969	0,960	0,017	0,023
$Q_{p,obs}$	47,09		16,82		41,00		72,83		44,40		19,92	
$Q_{p,sim}$	45,21	43,87	17,48	17,51	42,21	45,30	74,92	76,10	44,95	45,69	20,37	20,75
Error %	-4,0	-6,8	3,9	4,1	3,0	10,5	2,9	4,5	1,2	2,9	2,3	4,2

Tabla 2. Valores del parámetro k (min), determinados por momentos y optimización, de la eficiencia, E, y de los caudales pico, Q_p , y su error de cada evento



Figura 4. Variación de la eficiencia, E, frente al valor de k en ambos modelos: a) Distribuido y b) Agregado

Por otra parte, tanto en esta Figura 4 como en la Tabla 2, se aprecia que en todos los casos los valores del parámetro k, estimados por momentos y por optimización, muestran una gran proximidad. Esto es una cualidad muy positiva del modelo puesto que, como ya se ha indicado, la expresión de k obtenida por el método de momentos, ec.(13), viene a caracterizar un tiempo de respuesta de la cuenca.

Otro aspecto interesante a destacar de la Figura 4, es el mejor comportamiento del modelo distribuido frente a la incertidumbre del valor de k. Efectivamente, si observamos las curvas de los eventos 1, 3 y 4 se observa que en el modelo distribuido estas curvas tienen una mayor concordancia, o dicho de otra forma en el modelo agregado presentan una mayor dispersión. Esto se traduce en que el intervalo de valores de kpara el que el hidrograma simulado supera una eficiencia de 0,9 está comprendido aproximadamente entre 35 y 45 minutos (Figura 4) en el caso del modelo distribuido, y sin embargo, en el modelo agregado solo cumple un único punto en torno a los 38 minutos. Haciendo este mismo análisis para una eficiencia de 0,8 el efecto es todavía mayor. De alguna forma se puede concluir, que al incluir en el modelo la distribución espacial de la lluvia reducimos el ámbito de incertidumbre asociado al valor del parámetro k, característica que tendrá un efecto de mejora en el proceso de calibración.



Figura 5. HED observado y simulado del evento del 13/02/2000 con ambos modelos

En las Figuras 5, 6, 7 y 8 se presentan los hidrogramas observados y simulados de cada evento para ambos casos (lluvia agregada y distribuida). También se representan los YPE de cada pluviómetro, P_{Efec}^l , y el de la precipitación agregada, $P_{Efec,Agr}.$ En las mismas se viene a ratificar los comentarios antes realizados.



Figura 6. HED observado y simulado del evento del 25/03/2000 con ambos modelos



Figura 7. HED observado y simulado del evento del 15/10/2000 con ambos modelos



Figura 8. HED observado y simulado del evento del 04/05/2001 con ambos modelos

CONCLUSIONES

El modelo del HUGD con lluvia distribuida contempla la variabilidad espacial de la lluvia de una forma más coherente que con lluvia agregada.

A la vista de los resultados el comportamiento tanto en su aplicación con lluvia distribuida como con lluvia uniforme es muy aceptable con eficiencias superiores a 0,9. No obstante, los resultados aportados por el modelo con lluvia distribuida presenta algunas mejoras: el valor de eficiencia media es más elevado aunque no parece significativo; los valores de dispersión (desviación típica) obtenidos tanto para el valor de la eficiencia, E, como para el valor del parámetro, k, son menores; los valores de caudal punta simulados por el modelo distribuido se aproximan más a los observados; y, por último, el modelo distribuido al incluir la distribución espacial de la lluvia reduce el ámbito de incertidumbre asociado al valor del parámetro k.

El valor del parámetro k estimado por momentos proporciona valores de eficiencia muy aceptables y muy próximos a los obtenidos por optimización, lo que abre una puerta a la caracterización geomorfológica de dicho parámetro.

REFERENCIAS

Agirre, U., Goñi, M., López, J.J. y Gimena, F.N., (2005). Application of a unit hydrograph based on subwatershed division and comparison with Nash's instantaneous unit hydrograph. Catena, 64(2), 321–332.

- Chow, V.T., D.R. Maidment y L.W. Mays, (1988). Applied Hydrology. McGraw-Hill, New York.
- Clark C.O., (1945). Storage and the unit hydrograph. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 110, 1419–1446.
- Diskin M.H. y E.S. Simpson, (1978). A quasilinear spatially distributed cell model for the surface runoff system. Water Resour. Bull. 14, 903–918.
- Diskin M.H., (1994). A rational routing element for watershed cell models. J. Hydrol., 155, 93–101.
- Diskin M.H., G. Wyseure, y J. Feyen, (1984). Application of a cell model to the Bellebeek Watershed. Nord. Hydrol., 15, 25– 38.
- Dooge J.C.I., (1959). A general theory of the unit hydrograph. Journal of Geophysical Research, 64(2), 241–256.
- Gupta V.K., E. Waymire, y C.T.Wang, (1980). Representation of an Instantaneous Unit Hydrograph from Geomorphology. Water Resour. Res., 16(5), 855–862.
- Gupta V.K., E. Waymire, y I. Rodríguez-Iturbe, (1986). On Scales Gravity and Network

Structure in Basin Runoff. En V. Gupta, I. Rodríguez-Iturbe y E. Wood (eds), Scale Problems in Hydrology, Dordrecht, Holland, D. Reidel, pp. 159–184.

- Horton R.E., (1945). Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. Geological Society of America Bulletin, 56, 275–370.
- Jen R.I. y G.C. Coon, (2003). True Form of Instantaneous Unit Hydrograph of Linear Reservoirs. J. Irrigation and Drainage Engineering, 129, 1(11).
- Karlinger M.R. y B.M. Troutman, (1985). Assessment of the Instantaneous Unit Hydrograph Derived from the Theory of Topologically Random Networks. Water Resour. Res., 21(11), 1693–1702.
- Kirkby M.J., (1976). Test of the Random Network Model and Its Application to Basin Hydrology. Earth Surface Processes, 1, 197–212.
- López J.J., F.N. Gimena, M. Goñi, y U. Aguirre, (2005). Analysis of a unit hydrograph model based on watershed geomorphology represented as a cascade of reservoirs. Agric. Water Manag., 77, 128–143.
- López J.J., F.N. Gimena y M. Goñi, (2007). Hidrograma unitario geomorfológico de depósitos. Base para el cálculo de hidrogramas de diseño en cuencas medianas. CEDEX, Ministerio de Fomento y Ministerio de Medio Ambiente, Madrid.

Mockus V., (1972). Estimation of direct runoff

from storm rainfall. National Engineering Handbook, NEH Notice 4-102.

- Nash J.E., (1957). The form of the instantaneous unit hidrograph. Int. Assoc. Sci. Hydrology, 45, 3, 114–121.
- Nash J.E. y J.V. Sutcliffe, (1970). River flow forecasting through conceptual models I: A discussion of principles. J. Hydrol., Vol. 10, 282–290.
- Rodríguez-Iturbe I. y J.B. Valdés, (1979). The Geomorphologic Structure of Hydrology Response. Water Resour. Res., 15(6), 1409–1420.
- Rodríguez-Iturbe I., M. González-Sanabria y R.L. Bras, (1982). A Geomorphoclimatic Theory of the Instantaneous Unit Hydrograph. Water Resour. Res., 18(4), 877– 886.
- Rosso R., (1984). Nash Model Relation to Horton Order Ratios. Water Resour. Res., 20(7), 914–920.
- Singh V.P., (1988). Hydrologic Systems. Vol. I. Rainfall-Runoff Modeling. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Troutman B.M. y M.R. Karlinger, (1986). Averaging Properties of Channel Networks Using Methods in Stochastic Branching Theory. En V. Gupta, I. Rodríguez-Iturbe y E. Wood (eds), Scale Problems in Hydrology, Dordrecht, Holland, D. Reidel.
- Wang G-T y S. Chen, (1996). A linear spatally distributed model for a surface rainfallrunoff system. J. Hydrol., Vol. 185, 183– 198.