

# DISTRIBUCION LATERAL DE VELOCIDADES EN CAUCES NATURALES

Juan F. Weber<sup>1</sup>, Ángel N. Menéndez<sup>2</sup>, Leticia Tarrab<sup>3</sup>

## Resumen:

En este trabajo se presentan los resultados de la aplicación de dos modelos para la predicción de la distribución lateral de velocidades en cinco casos de cauces naturales. Los modelos considerados son el Método del Canal Dividido (DCM) a través de su implementación en el programa HEC-RAS, y el Método de la Distribución Lateral (LDM) a través de la solución analítica propuesta por Shiono y Knight. Los casos analizados corresponden a cinco secciones ubicadas sobre diversos ríos: el río Severn en Montford (UK), y las estaciones de medición Eldorado y Puerto Libertad sobre el Alto río Paraná, el río de La Suela, en la provincia de Córdoba, y el río Colorado en Buta Ranquil (Neuquén), todas estas en la República Argentina. Se presentan los valores ajustados de los parámetros de los modelos, haciendo hincapié en la interpretación física de los mismos. Se compara el desempeño de los modelos aplicados, y se analizan sus ventajas y desventajas relativas. Se concluye que, a pesar de que el modelo SKM es matemáticamente más complejo, la ganancia obtenida para estimar la distribución lateral de velocidades en cauces naturales es lo suficientemente significativa como para recomendar su utilización.

**Palabras clave:** Hidrodinámica, distribución de velocidades, cauces naturales.

## INTRODUCCIÓN

Los estudios de ingeniería hidráulica relacionados con obras fluviales requieren usualmente conocer la distribución lateral de velocidades en cauces naturales, de geometría irregular y en varias ocasiones constituidos por un cauce principal y planicies de inundación. Estas velocidades, que se asumen promediadas en la vertical, responden en términos generales al hecho de ser mayores donde la profundidad de flujo también lo es, como se representa en la Figura 1.

Los modelos numéricos hidrodinámicos bidimensionales (como por ejemplo el programa RMA2, del U.S. Army Corps of Engineers) son considerados como modelos teóricos apropiados para resolver este problema.

De todos modos, como en la mayoría de las aplicaciones la escala longitudinal de variación del flujo es mucho mayor a la escala lateral (dada por

el ancho de flujo), las variaciones longitudinales y laterales de flujo pueden ser calculadas independientemente (Menéndez 2003). Las primeras, a través de los modelos hidrodinámicos unidimensionales basados en las ecuaciones de Saint – Vénant; en tanto que las segundas, a través de los modelos 1D de distribución lateral.

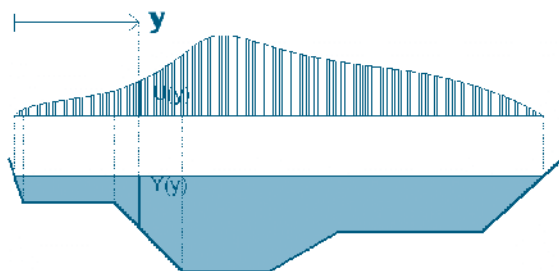


Figura 1. Perfil transversal de velocidad típico de una sección compuesta

<sup>1</sup> Laboratorio de Hidráulica, Depto. de Ing. Civil, Univ. Tecnológica Nacional. – Fac. Reg. Córdoba. E-mail: jweber@civil.frc.utn.edu.ar

<sup>2</sup> INA (Instituto Nacional del Agua) y Fac. de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires. E-mail: angel.menendez@speedy.com.ar

<sup>3</sup> CRSA - INA (Instituto Nacional del Agua). E-mail: ltarrab@efn.uncor.edu

Artículo recibido el 3 de octubre de 2003, recibido en forma revisada el 26 de noviembre de 2004 y aceptado para su publicación el 14 de diciembre de 2004. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

Uno de los modelos más difundidos para la predicción de la distribución lateral de velocidades es el denominado Método del Canal Dividido (DCM por sus siglas en inglés) basado en la hipótesis del método de Lotter (1933) para el cálculo del coeficiente de Manning equivalente. Este método, de sencilla aplicación, no contempla la redistribución lateral de velocidades impuesta por la difusión turbulenta. Para considerarla, es necesario partir de la ecuación general de movimiento (ecuación de Navier-Stokes) y llegar al denominado Método de la Distribución Lateral (LDM, por sus siglas en inglés) que presenta la velocidad promediada en la vertical como una función de la coordenada lateral, a través de una ecuación diferencial ordinaria no lineal de segundo orden, que es posible resolver analíticamente asumiendo una función sencilla para representar la geometría del lecho. La solución analítica del LDM da origen al denominado Método de Shiono y Knight (SKM, por sus siglas en inglés) que es el segundo modelo considerado en este trabajo.

## MODELOS CONSIDERADOS

### Método del canal dividido (DCM)

Lotter (1933) y posteriormente Einstein y Banks (1950) trabajaron sobre la hipótesis que el caudal total en la sección puede obtenerse como la suma de los caudales parciales fluyentes por cada subsección, asumiendo que la pendiente de la línea de energía es constante para todas las subsecciones y que los perímetros mojados parciales correspondientes a cada subárea son los dados por el contorno fijo únicamente. Esto implica que no existe difusión lateral de cantidad de movimiento; las pérdidas de energía son sólo debidas a la fricción.

El caudal parcial  $Q_i$  de cada subsección se puede obtener como:

$$Q_i = K_i S_0^{1/2} \quad (1)$$

donde:

$S_0$  pendiente longitudinal

$K_i$  conductividad hidráulica de cada subsección, dada por

$$K_i = \frac{A_i R_i^{2/3}}{n_i} \quad (2)$$

en esta ecuación:

$A_i$  Área de la subsección  $i$

$R_i$  Radio hidráulico de la subsección  $i$

$n_i$  Coeficiente de rugosidad de Manning de la subsección  $i$

La distribución lateral de velocidades puede ser estimada a partir de los caudales  $Q_i$  calculados con la ecuación (1). La velocidad media en una subsección,  $V_i$ , se puede estimar como:

$$V_i = \frac{Q_i}{A_i} \quad (3)$$

Este modelo está implementado en el programa HEC-RAS en su comando *Flow Distribution*.

### Modelo HEC-RAS

Este modelo unidimensional tiene como objetivo la resolución de la ecuación de Bernoulli, para el flujo permanente gradualmente variado:

$$Y_2 + Z_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = Y_1 + Z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_e \quad (4)$$

$$h_e = L \bar{S}_f + C \left( \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right) \quad (5)$$

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2}) \quad (6)$$

Donde:

$Y_i$  Tirante o profundidad de flujo en la sección  $i$

$Z_i$  Cota o elevación del fondo en la sección  $i$

$V_i$  Velocidad media en la sección  $i$

$\alpha_i$  Coeficiente de distribución de velocidades o de Coriolis correspondiente a la sección  $i$

$h_e$  Pérdidas de energía en el tramo entre las secciones 1 y 2

$L$  Longitud del tramo entre las secciones 1 y 2

$S_{fi}$  Gradiente longitudinal de pérdidas por fricción en la sección  $i$

$C$  Coeficiente por pérdidas por contracción – expansión.

El programa utilizado es HEC – RAS (*River Analysis System*) del *U.S. Army Corps of Engineers* en su versión 3.0 (HEC, 2001). Para el desarrollo del presente trabajo resulta de interés la forma en que el modelo unidimensional estima una distribución lateral de velocidades.

El usuario debe indicar al programa que desea obtener el perfil transversal de velocidades mediante la opción *Flow Distribution*. En ella, debe indicar el número de puntos en los que desea obtener los valores de la velocidad promediada en el área de influencia de cada uno de ellos.

Suponiendo conocidos los valores de  $S_f$  y el nivel del agua en una sección determinada (los cuales fueron calculados al resolver el perfil de flujo en el problema dado), los pasos que sigue el programa son los siguientes:

1. Divide el área de flujo en la cantidad de partes definida por el usuario (Figura 2), y luego calcula el área, perímetro mojado, radio hidráulico y profundidad hidráulica para cada parte.

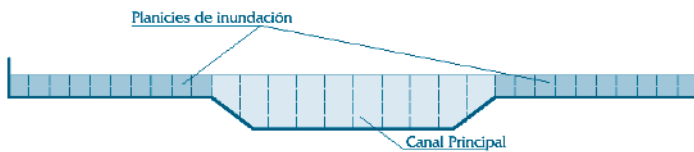


Figura 2. Subdivisión de la sección transversal en HEC-RAS

2. Con los valores calculados previamente, y el valor del  $n$  de Manning correspondiente, calcula la conductividad y el porcentaje de flujo en cada parte.
3. Suma las conductividades de cada parte. En general, esta suma será distinta a la conductividad de la sección completa. Para corregir esta diferencia, calcula la relación entre la conductividad de la sección completa y la suma de las conductividades parciales. Luego multiplica la conductividad de cada sector por esa relación. Con esa conductividad determina el caudal en cada sector.
4. Por último, calcula la velocidad media en cada sector como el cociente del caudal parcial antes determinado y el área correspondiente.

**Método de la Distribución Lateral (LDM)**

Una de las principales limitaciones del modelo DCM es la imposibilidad que tiene de considerar las pérdidas energéticas debido a la difusión lateral de cantidad de movimiento. Para poder incluirlas, es necesario plantear un modelo basado en las ecuaciones generales de movimiento o ecuaciones de Navier – Stokes, con las simplificaciones correspondientes. En este caso, es posible obtener una ecuación diferencial que permita predecir la distribución lateral de velocidades en la sección, asumiendo las condiciones de flujo permanente y uniforme y una cierta profundidad de flujo dada. Esta ecuación da lugar al denominado *Lateral Distribution Method* (LDM). La solución de la ecuación diferencial del LDM puede hacerse en forma numérica o analítica.

El primer procedimiento fue propuesto por primera vez por Wark et al.(1990). En el segundo caso, el desarrollo original es debido a Shiono y Knight (1988, 1991). La integración de la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del flujo (ecuación de Navier – Stokes) en combinación con la ecuación de continuidad, para un flujo permanente y uniforme asumiendo como modelo de turbulencia el de la viscosidad de torbellino o de Boussinesq, da lugar a la ecuación diferencial del denominado método de la distribución lateral (LDM):

$$Y_2 + Z_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = Y_1 + Z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h \tag{7}$$

en la cual:

- $\rho$ : Densidad del fluido
  - $g$ : Aceleración de la gravedad,
  - $S_0$ : Pendiente longitudinal del lecho
  - $Y$ : Profundidad de flujo
  - $V$ : Velocidad del Flujo
  - $y$ : Coordenada horizontal medida transversal a la corriente
  - $s$ : talud lateral
  - $f$ : Coeficiente de fricción de Darcy
  - $\lambda$ : Viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq.
  - $(\rho UV)_d$  Tensión de Reynolds debido a las corrientes secundarias
- Shiono y Knight (1988, 1991) obtienen las siguientes soluciones analíticas de la ecuación (7) :  
 Para fondo plano (horizontal) ( $s \rightarrow \infty$ ):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_1 e^{by} + b_1 e^{-by} + \frac{8gS_0 Y}{f} (1 - \beta)} \tag{8}$$

Para fondo lineal (inclinado) ( $0 < s < \infty$ ):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_2 Y^\psi + b_2 Y^{-\psi-1} + \omega Y + \sigma} \tag{9}$$

En estas ecuaciones:

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \sqrt{\frac{f}{8}} \frac{1}{Y} \tag{10}$$

$$\psi = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda} \sqrt{8f}} - \frac{1}{2} \tag{11}$$

$$\omega = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} - \frac{\lambda}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}} \tag{12}$$

$$\beta = \frac{\Gamma}{8gS_0Y} \tag{13}$$

$$\sigma = -\frac{\Gamma}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} \rho} \tag{14}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [\gamma (\rho UV)_L] = \Gamma \tag{15}$$

En las ecuaciones (8) y (9), los coeficientes  $a_i$  y  $b_i$  se obtienen al plantear las condiciones de contorno que corresponden a la de no deslizamiento en los contornos rígidos y las de continuidad y derivabilidad de la función velocidad en cada cambio de pendiente transversal del fondo (Ecuaciones (16) y (17)), llegando de ese modo a un sistema lineal de ecuaciones que permite calcular los valores de estos coeficientes (Weber y Menéndez, 2003).

$$V_1^n = V_2^n \tag{16}$$

$$\frac{\partial V_1^n}{\partial y} = \frac{\partial V_2^n}{\partial y} \tag{17}$$

A pesar de que Abril (2003) ha demostrado que la ecuación (17) debería reemplazarse por la condición de continuidad de la tensión de corte, su utilización no produce errores notables.

El parámetro  $\Gamma$  de la Ecuación (15) representa el gradiente lateral de la fuerza unitaria aparente debida de la tensión de Reynolds originada por la corrientes secundarias que se desarrollan al pie del talud del canal principal. Este parámetro se determina experimentalmente.

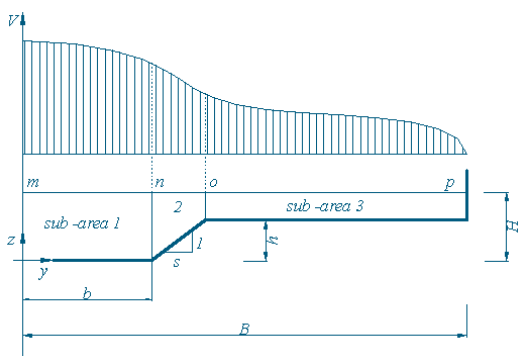


Figura 3. Subdivisión típica de un canal de sección compuesta.

A partir de la ecuación (7), o de las ecuaciones (8) y (9), es posible ver que para un tramo determinado de la sección transversal, el modelo analítico a considerado tiene dos parámetros, uno que pondera la fricción con el contorno fijo (parámetro  $f$ ) y otro que considera la difusión lateral de *momentum* (parámetro  $\lambda$ ). Estrictamente hablando, el modelo tiene  $2n$  parámetros, siendo  $n$  el número de tramos rectos en que es posible discretizar la sección transversal. De hecho, se deberán definir, por cada tramo recto, un par de valores  $\lambda$  y  $f$ .

### CASOS DE ESTUDIO

Se presentan a continuación los casos considerados en el presente trabajo. Todos se corresponden con mediciones de campo. El primer conjunto de datos proviene del río Severn, en Montford (UK) cuya aplicación del LDM ya fuera publicada por Knight et al (1989). Se muestran los resultados en particular por el interés que demuestra la comparación con el DCM. Los otros cuatro conjuntos de datos provienen de mediciones efectuadas en ríos argentinos. Dos secciones sobre el Alto Río Paraná (provincia de Misiones), correspondientes a un río de grandes dimensiones, una sección sobre el río Colorado (provincia de Neuquén) y otra sección sobre el río La Suela (provincia de Córdoba) representativo de un pequeño río de montaña.

#### Río Severn en Montford

Esta serie de datos está constituida por 3 perfiles transversales de velocidades medidos en el río Severn en Montford, Reino Unido. Estos datos fueron obtenidos del trabajo de Knight et al (1989).

El río Severn es el río más largo de Inglaterra, con más de 100 puentes que lo atraviesan. Uno de ellos está localizado en Montford, donde se ubica la estación de medición considerada. La cuenca de aporte en esa sección es de 2025 km<sup>2</sup>; el módulo del río es de 43 m<sup>3</sup>/s. La precipitación media anual en la cuenca es de 1147 mm. En la Figura 4 puede verse la localización geográfica de la sección en estudio.

La sección del río consta de dos planicies de inundación, con diferentes anchos y rugosidades. En la Figura 5 puede verse la sección transversal considerada.



Figura 4. Localización de la sección de análisis – río Severn en Montford

A continuación, en la Tabla 1 se resumen las características principales de los tres casos analizados.

Tabla 1. Características de los casos de estudio – río Severn en Montford

	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Cota (m.s.n.m.)	Profundidad (m)
Caso 1	330.8	58.092	7.81
Caso 2	220.6	57.202	6.92
Caso 3	188.8	56.732	6.15

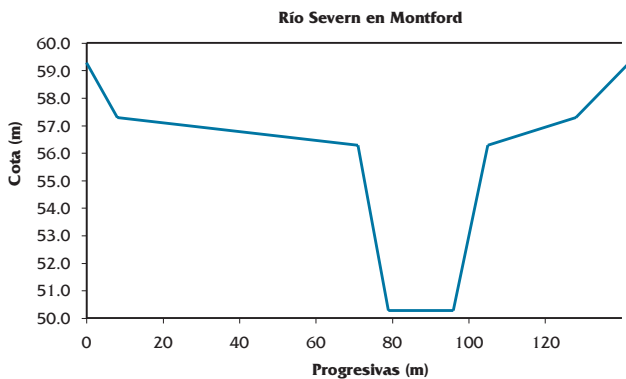


Figura 5. Sección transversal – río Severn en Montford

**Alto río Paraná**

El río Paraná se forma en territorio brasileño con la unión de los ríos Paranaíba y Grande y tras recorrer aproximadamente 4000 km. confluye con el río Uruguay formando el río de La Plata. Se distinguen dos sectores principales: Alto Paraná y Paraná. El Río Alto Paraná sirve de apoyo al límite internacional desde el punto tripartito en que recibe al río Iguazú hasta su propia confluencia con el río Paraguay. Involucra a dos provincias argentinas: Misiones y Corrientes. El mismo, desarrolla una cuenca de 933000 km<sup>2</sup> hasta el sitio de Posadas,

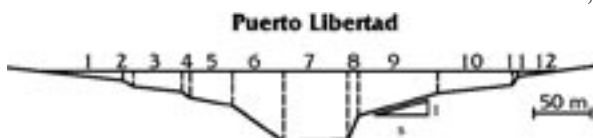


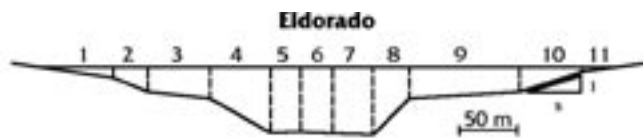
Figura 6. Secciones transversales – Alto río Paraná

que se localiza a 1597 km de su desembocadura en el Estuario del Plata, en el extremo de un trayecto de 350 km a partir de la presa de Itaipú. El tramo del Alto Paraná se encuentra muy encajonado, las profundidades de flujo en las secciones de estudio oscilan entre los 20 y 60 m, mientras que el ancho del río en el nivel de aguas medias varía entre 200 y 2000 m. Las pendientes de las aguas medias varían entre 0.045 y 0.10 m/km y las velocidades medias superficiales de las mismas entre 4.2 y 6 km/h (MOP, 1973). El caudal medio anual medido en Posadas, para una serie de 98 años del período 1901-1998 es de 12313 m<sup>3</sup>/s, con un caudal máximo diario de 53227 m<sup>3</sup>/s que corresponde al año 1904-1905 y un caudal mínimo diario de 3906 m<sup>3</sup>/s registrado en el año 1944-1945. Las estaciones de aforos estudiadas corresponden a las ubicadas en Puerto Libertad y en Eldorado (Figura 6). Los dos perfiles de aforo considerados fueron ubicados y relevados entre los días 17 y 25 de marzo de 1971 con sondas ecógrafas y relacionados altimétricamente con los cerros de las escalas hidrométricas. En el anexo se muestran los perfiles relevados.

Se realizaron 102 aforos en Puerto Libertad y 106 en Eldorado. Las velocidades se midieron en varias verticales en el cauce principal y a 0.2, 0.6 y 0.8 de profundidad, mientras que en las cercanías de las márgenes se midió a 0.6 de profundidad. En la Tabla 1 se exponen las cantidades de aforos líquidos que se han seleccionado en las estaciones consideradas y a su vez discretizados en estacionarios y no estacionarios. Se consideró como aforos estacionarios (o cuasi-estacionarios) a aquellos en los cuales la variación del nivel de agua durante el aforo era menor que 0.05 m. Además se descartaron algunos aforos en los cuales se indicaba que podría haber ocurrido alguna falla de instrumental. Es de destacar la escasez de aforos realizados en régimen estrictamente estacionario, los cuales son justamente los de mayor interés a la hora de aplicar la metodología descripta.

Tabla 1 Aforos efectuados en los distintos regímenes

	AGUAS		
	Estacionarias	No estacionarias	TOTAL
Pto Libertad	21	8167	102
El dorado	39	57.202	106



### Río Colorado en Buta Ranquil

El río Colorado, perteneciente al grupo de los sistemas patagónicos de vertiente atlántica, está formado por la confluencia de los ríos Grande y Barrancas a 835 metros sobre el nivel del mar. Desde sus orígenes en la Cordillera de los Andes, hasta su desembocadura en el Océano Atlántico, presenta una extensión de 1200 kilómetros con dirección NO-SE, de los cuales 920 corresponden al Colorado propiamente dicho. Sus aguas son compartidas por las Provincias de Mendoza, Neuquén, La Pampa, Río Negro y Buenos Aires, que lo convierten en una cuenca hídrica interprovincial. El área de la cuenca imbrífera es de aproximadamente 15300 km<sup>2</sup>, correspondiente al río Colorado aguas arriba de la estación de aforos de Buta Ranquil (esta estación se encuentra a unos 25 km de la confluencia de los ríos Grande y Barrancas).

De régimen nival, su período de creciente se inicia en octubre, alcanza su máximo en diciembre y retoma en marzo niveles menores a la media anual (en Buta Ranquil –alta cuenca–: 148 m<sup>3</sup>/s; en Pichi Mahuida –curso medio–: 132 m<sup>3</sup>/s). El caudal medio anual medido en Buta Ranquil, para una serie de 58 años del período 1940-1997 es de 147 m<sup>3</sup>/s, con un caudal máximo diario de 1053 m<sup>3</sup>/s ocurridos en el año rico 1982-1983 y un caudal mínimo diario de 130 m<sup>3</sup>/s registrados en el año 1968-1969.

La estación de aforos Buta Ranquil está ubicada a 850 m.s.n.m en los 37° 06' de latitud sur y 69° 44' de longitud oeste. El cauce en esa sección se encuentra encajonado por taludes rocosos de roca basáltica casi verticales lo cual le confiere una gran estabilidad a la sección a lo largo del tiempo. La geometría de la sección con la subdivisión de tramos adoptada para la modelación se muestra en la Figura 7.

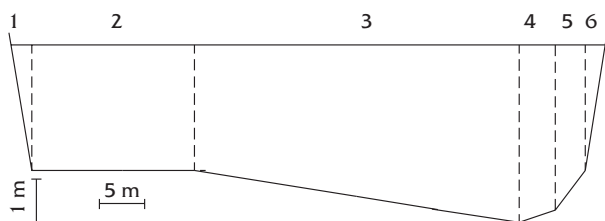


Figura 7. Sección transversal en la estación de aforos – río Colorado en Buta Ranquil

Para la calibración del modelo se utilizaron datos provistos por EVARSA correspondientes al período Enero-Julio del 2003 (período A).

Los mismos correspondían 10 aforos en donde se midieron velocidades transversales, relevamientos de fondo y pendiente de las aguas. Además se disponía de 11 valores de caudal asociados a una profundidad correspondientes al período de Mayo-Diciembre del 2002 (período B), los cuales se utilizaron con fines comparativos

### Río de La Suela

La cuenca del Río La Suela, con un área de 132 km<sup>2</sup>, se encuentra ubicada entre los 64°35' y 64°46' de longitud Oeste; y 31°31' y 31°39' de latitud Sur, en la provincia de Córdoba, Argentina. El cierre de la cuenca es la estación de aforos La Suela, ubicada a 896 m.s.n.m.

El río La Suela, tiene una longitud total en su curso principal de 31 km. Su comportamiento responde a un régimen torrencial, siendo el caudal medio en el período 1971 y 1986 de 1.56 m<sup>3</sup>/s, mientras que la crecida máxima en el año 1975 alcanzó un pico de 500 m<sup>3</sup>/s. El cauce en la sección de aforos es de lecho arenoso con carencia de vegetación. La margen derecha está formada por un talud rocoso, y la margen izquierda por una extensa planicie de inundación, por lo que la misma presenta mayor rugosidad superficial. La pendiente media del fondo en la sección de aforos para el año 1982 era de 0.3% (Dasso, 1977).

Respecto a los datos de aforos, esta estación cuenta con más de 1000 mediciones tanto para aguas bajas como para crecientes entre los años 1971 y 1984, mientras que se relevaron perfiles transversales en los años 1971, 1975, 1979, 1982. Para profundidades menores a 1,2 m las mediciones se efectuaron a vadeo con un velocímetro Siap y las correspondientes a tirantes superiores mediante un teleférico operado desde la orilla, con un molinete Ott Kempten. Las velocidades en las verticales se midieron a 0.2 y 0.8 de profundidad y a 0.6 para profundidades bajas. Las crecidas se aforaban en forma continua hasta el paso total de la onda.

Se utilizó la sección topográfica relevada en el año 1982 y se seleccionaron aquellos valores de velocidad correspondientes a los aforos del período 1980-1983, en el cual se alcanzó cierto equilibrio morfológico en la geometría transversal. Otra condición para la selección de los mismos fue que la profundidad máxima superara los 0.5 m, de modo de reducir la incertidumbre asociada al procedimiento de medición, ya que para niveles

de agua tan bajos pequeñas variaciones en el nivel de fondo influyen las velocidades del flujo. En la Figura 8 se muestra el perfil transversal, con la subdivisión de tramos adoptada para la aplicación de los modelos.

En total se utilizaron 32 aforos, de los cuales se eligieron 10 para la calibración de los perfiles laterales de velocidad.

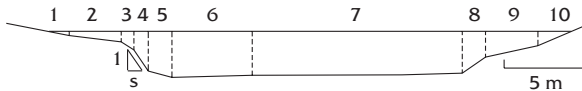


Figura 8. Geometría de la sección de aforos – río La Suela

## APLICACIÓN DE LOS MODELOS

Se aplicaron los modelos descritos a los casos considerados. El método DCM se aplicó a través del programa HEC-RAS del U.S. Army Corps of Engineers (HEC, 2001) mientras que el SKM se aplicó a través del programa LATERAL, especialmente diseñado para la aplicación de este método a secciones irregulares cuyo algoritmo ha sido detallado en trabajos previos (Weber y Menéndez, 2003a).

### Río Severn en Montford

Se aplicó el modelo HEC-RAS a los 3 casos analizados, con el objeto de obtener una estimación de la distribución lateral de velocidades, considerando los valores para el  $n$  de Manning variables entre 0,030 a 0,032 en el cauce principal y 0,019 a 0,100 en las planicies de inundación, calculados a partir de los valores de  $f$  obtenidos del trabajo de Knight et al (1989). Para la instrumentación del programa HEC-RAS, se consideró una geometría prismática de 10 km de longitud, con una pendiente longitudinal de  $2 \times 10^{-4}$ , la cual es también un dato obtenido de la misma referencia.

En los tres casos, se consideró conocida la profundidad de flujo y el caudal (que fueron establecidas como condición de borde del problema), por lo cual se debió verificar la condición de flujo uniforme, la cual no fue posible cumplir. De todos modos, la variación de tirantes y velocidades a lo largo de los 10000 m simulados es pequeña (menor al 10 % en el caso de los tirantes y menor al 15 % en el caso de las velocidades medias).

Se implementó la solución analítica de Shiono y Knight (SK) descripta para los 3 casos

de estudio mencionados. Para ello, y en cada caso de estudio, se utilizó el programa LATERAL (Weber y Menéndez, 2003a) considerando para la rugosidad ( $n$  de Manning) los valores anteriormente mencionados y para la viscosidad adimensional de torbellino  $\lambda$  los siguientes valores: 0,07 para el cauce principal, 0,2 para los taludes y 3,0 para las planicies de inundación (Knight et al, 1989).

En los gráficos siguientes (Figura 9 a Figura 11) se presentan los perfiles transversales de velocidad calculados por ambos modelos junto con los datos de campaña para los tres casos considerados.

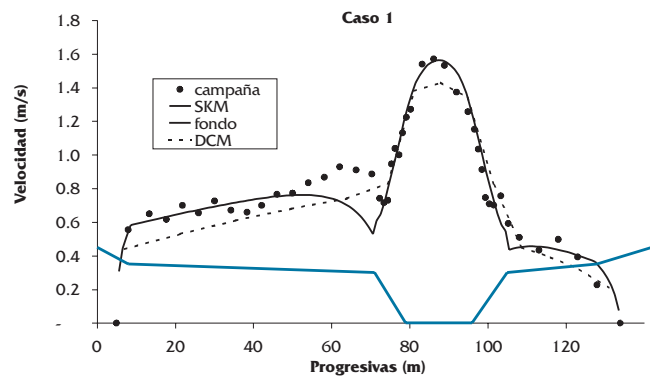


Figura 9. Resultados caso 1 – río Severn en Montford

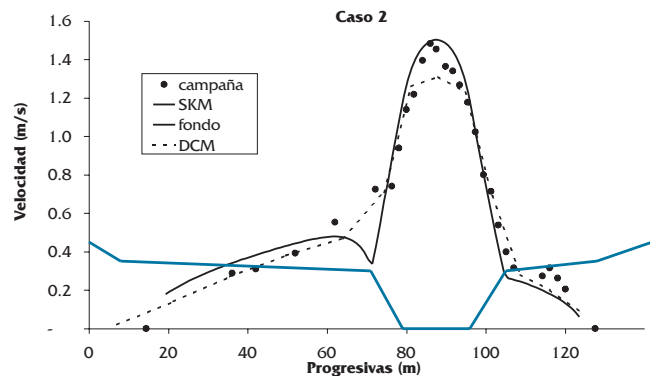


Figura 10. Resultados caso 2 – río Severn en Montford

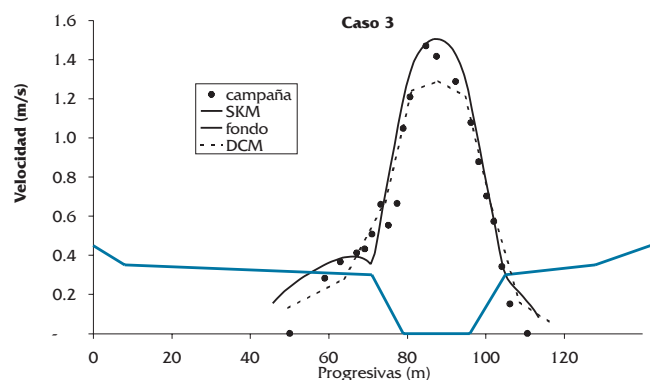


Figura 11. Resultados caso 3 – río Severn en Montford

Como puede verse en las figuras anteriores, el modelo DCM representa razonablemente la distribución transversal de velocidades, presentando dificultades en la estimación del pico de velocidades que se produce en el cauce principal. En efecto, se presentan errores por defecto de 9,6%, 13,1% y 13,5% para los casos 1, 2 y 3 respectivamente; lo que muestra que el error en la estimación del pico de velocidades es mayor cuanto menor la profundidad de flujo.

En general puede verse un buen ajuste de la solución analítica a los datos de campaña, tal como ya lo habían presentado Knight et al (1989).

### Río Alto Paraná en Eldorado

En la primera etapa se calibraron los coeficientes del modelo SK con los datos de los aforos considerados estacionarios. Luego de la calibración, se aplicaron los modelos en 10 casos seleccionados, con la finalidad de mostrar el desempeño de los mismos en distintas condiciones de flujo. La viscosidad adimensional de torbellino,  $\lambda$ , se estimó con la ecuación (18), la cual fue establecida en base a una formulación empírica.

$$\lambda = 0.015 \left( \frac{B}{H} \right)^{1.058} D_r^{-2.2} \quad (18)$$

Donde:

B Ancho del canal principal

H Profundidad del canal principal

$D_r$  Profundidad relativa de las planicies:  $(H-h)/H$

Esta ecuación, de acuerdo a Tarrab (2004) y Tarrab y Weber (2004) ha permitido predecir la viscosidad adimensional de torbellino adecuadamente no sólo en ambas secciones del río Paraná sino también en los ríos Colorado y La Suela.

El coeficiente de rugosidad en el cauce principal adoptado (tramos 5 y 6) responde a:

$$n = 415 Y_m^{-2.5C} \quad (19)$$

Donde  $Y_m$  es la profundidad media del tramo.

De los 10 casos estudiados, sólo se presentan aquí los resultados correspondientes a tres de ellos, por razones de brevedad. En ese sentido, se han seleccionado los casos 1, 7 y 10 asociados a condiciones de aguas bajas, medias y altas, respectivamente.

En las figuras siguientes (Figura 12 a Figura 14) se muestran los perfiles laterales de velocidad predichos tanto por el modelo SKM como por el DCM (HEC-RAS) a los casos 1, 7 y 10.

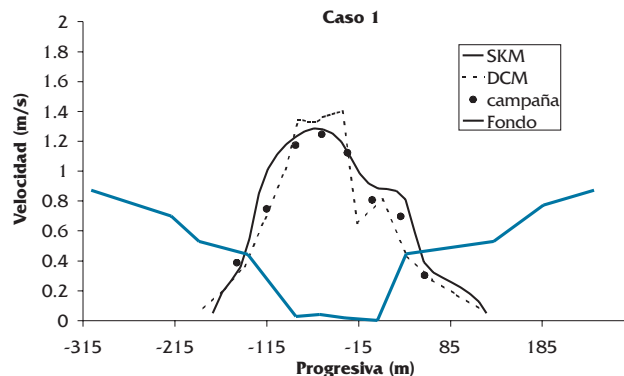


Figura 12. Resultados caso 1, río Alto Paraná en Eldorado

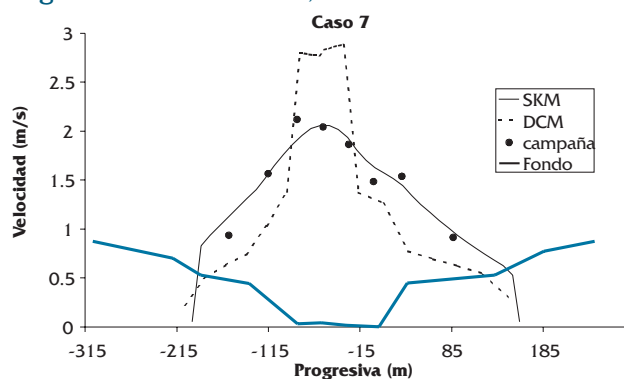


Figura 13. Resultados caso 7 – río Alto Paraná en Eldorado

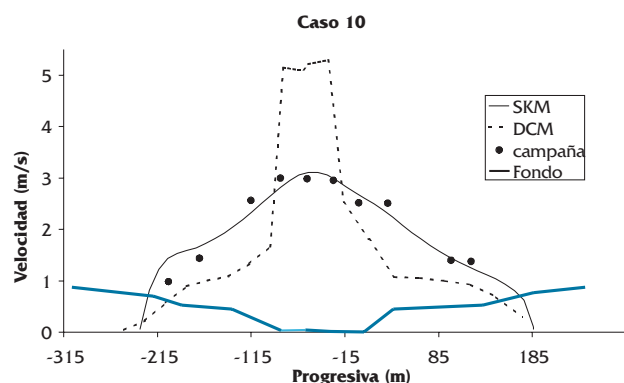


Figura 14. Resultados caso 10, río Alto Paraná en Eldorado

Se aprecia una buena estimación de la distribución lateral de velocidades por el modelo SKM, tanto para aguas bajas, como para aguas altas, a pesar de que en el cauce principal, específicamente en el tramo 10, se observa un comportamiento atípico de las velocidades medias. El valor de la velocidad decrece abruptamente en este tramo, manteniéndose con un valor similar al del tramo anterior (aumentando en algunos casos) en el tramo correspondiente al talud derecho.



Este comportamiento se podría atribuir a la forma del perfil en ese tramo, y a la posible existencia de corrientes secundarias ocasionadas por este fuerte cambio de pendiente lateral en el cauce principal.

De todas maneras, la calibración de dicho coeficiente en ese tramo (aumentándolo con un factor de 2.1 con respecto al del cauce principal) resultó efectiva en el momento de predecir el perfil de velocidades.

En cuanto al modelo DCM, el ajuste no ha sido tan exitoso. En aguas bajas, el modelo produce una buena estimación, aunque sobreestima en pequeña magnitud a las velocidades en el cauce principal, incrementándose esta diferencia a medida que los caudales aumentan. En el caso 10 (Figura 14) las velocidades en el cauce principal son aproximadamente el doble del valor de las medidas en campo.

**Río Alto Paraná en Puerto Libertad**

En una primera instancia, se calibró el modelo SKM con los aforos estacionarios (o cuasi-estacionarios). Los valores de  $n$  en el cauce principal se establecieron como una función de la profundidad de flujo local de la forma:

$$n = 5.6Y_m^{-1.35} \tag{20}$$

En los demás tramos (taludes, márgenes y planicies) se adoptó un  $n$  de Manning igual a 0.06.

Luego de la calibración con los datos seleccionados para tal finalidad, se aplicaron los modelos en 10 casos de manera de determinar y graficar la distribución lateral de velocidades en algunas situaciones representativas de los aforos totales. Los casos de aplicación se seleccionaron de manera de que los mismos fueran en lo posible estacionarios y que a su vez cubrieran el rango experimental de la muestra total.

La viscosidad adimensional de torbellino,  $\lambda$ , se estimó con la ecuación (18). La variación del valor de  $\lambda$  en los tramos que conforman el cauce principal (cauce principal y taludes) no es significativa en el rango de profundidades analizado, sin embargo, en los demás tramos, las variaciones son mayores.

De los 10 casos estudiados, sólo se presentan aquí los resultados correspondientes a tres de ellos, por razones de brevedad. En ese sentido,

se han seleccionado los casos 1, 7 y 10 asociados a condiciones de aguas bajas, medias y altas, respectivamente. En las figuras siguientes (Figura 15 a Figura 17) se muestran los perfiles laterales de velocidad predichos tanto por el modelo SKM como por el DCM (HEC-RAS) a los casos 1, 7 y 10.

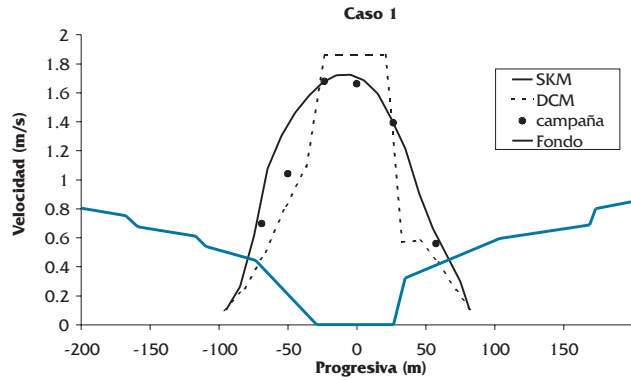


Figura 15. Resultados caso 1, río Alto Paraná en Puerto Libertad

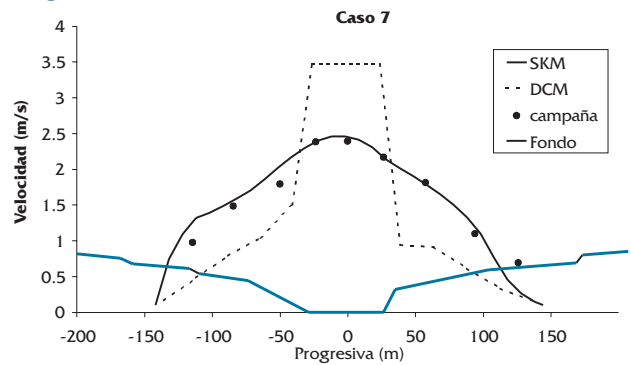


Figura 16. Resultados caso 7, río Alto Paraná en Puerto Libertad

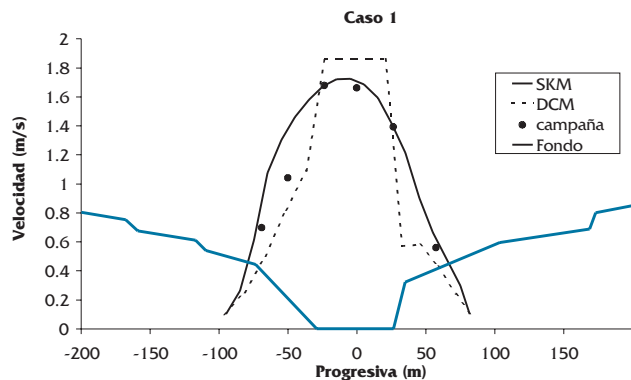


Figura 17. Resultados caso 10, río Alto Paraná en Puerto Libertad

Se puede observar un buen desempeño del modelo SKM en todos los casos, inclusive en los casos de inestacionariedad del flujo y eventos extraordinarios (crecidas) como ocurre en el caso de aplicación número 10. Los quiebres en el perfil de velocidades en los tramos cercanos a las márgenes, se deben al abrupto incremento de la viscosidad adimensional de torbellino.

Este incremento en el factor  $\lambda$  es causado por las pequeñas profundidades relativas existentes. En el caso del modelo DCM, las velocidades predichas muestran una subestimación de la velocidad en los tramos que no corresponden al cauce principal, este comportamiento ya había sido descrito por Weber y Menéndez (2003b). El aumento en la velocidad se debe a la ausencia de los procesos difusivos en la formulación utilizada por HEC-RAS, implicando bajas velocidades en los tramos de menor profundidad, sobreestimando la velocidad en el cauce principal. Se destaca que la subestimación es mayor a medida que la profundidad del flujo aumenta.

### Río Colorado en Buta Ranquil

En primer lugar, se calibró el modelo SK con los valores de velocidad disponibles (correspondientes al período B) en un total de 10 casos. La pendiente de fondo  $S_0$  se adoptó igual al promedio de las pendientes del nivel superficial de agua medida en los 10 aforos e igual a 0.0013. Los valores del  $n$  de Manning en cada tramo se adoptaron en función de las características del mismo. Para el cauce principal (tramos 2 y 3) se adoptó una relación potencial de la profundidad relativa  $Dr$ :

$$n = 0.02Dr^{-1.7} \quad (21)$$

Para los demás tramos (márgenes y taludes) se adoptó un valor de  $n$  igual a 0.06. Los valores de  $\lambda$  variaron entre 0.3 y 2.8.

De los 10 casos estudiados, sólo se presentan aquí los resultados correspondientes a tres de ellos, por razones de brevedad. En ese sentido, se han seleccionado los casos 1, 8 y 10 asociados a condiciones de aguas bajas, medias y altas, respectivamente. En las figuras siguientes (Figura 18 a Figura 20) se muestran los perfiles laterales de velocidad predichos tanto por el modelo SKM como por el DCM (HEC-RAS) a los casos 1, 8 y 10.

Se observa en general una buena aproximación de la estimación realizada por el modelo SKM a los datos de campo, excepto en los casos correspondientes a aguas altas (ver Figura 20). En todos los casos se detectó una sobreestimación de la velocidad en el tramo 2, y esta diferencia fue mayor cuanto más altos los caudales considerados.

En todos los casos, el modelo DCM no predice adecuadamente la posición de la velocidad máxima en la sección transversal, ya que la

localiza en el punto más profundo de la misma (talweg). Por otra parte, el modelo subestima la velocidad en el tramo de menor profundidad de la sección transversal y por consiguiente sobreestima más aún la velocidad en el punto más bajo de la misma.

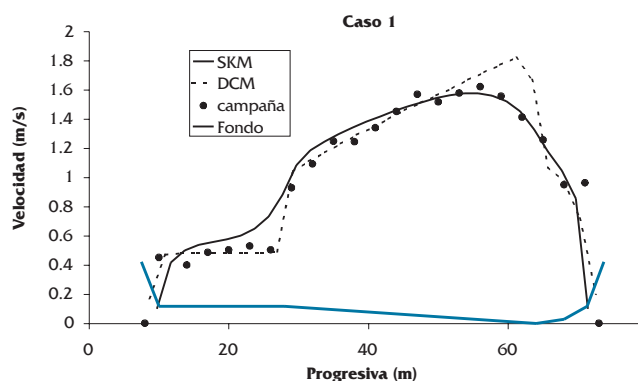


Figura 18. Resultados caso 1, río Colorado en Buta Ranquil

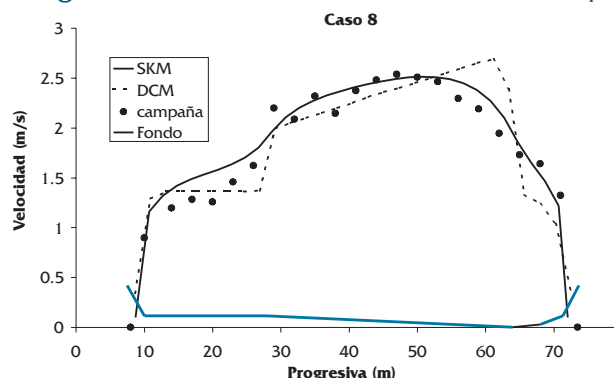


Figura 19. Resultados caso 8, río Colorado en Buta Ranquil

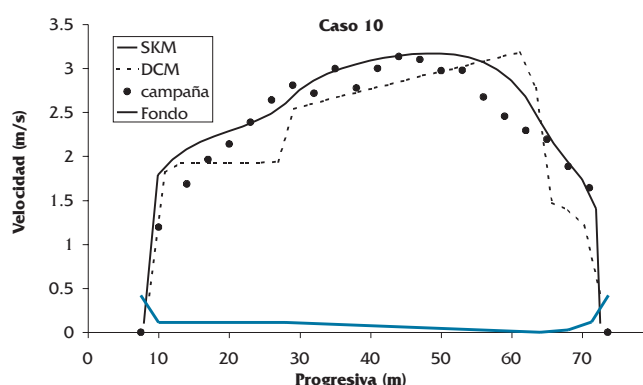


Figura 20. Resultados caso 10, río Colorado en Buta Ranquil

### Río La Suela (sierras de Córdoba)

En primer lugar se aplicó el modelo DCM a través del programa HEC-RAS (HEC, 2001) para estimar el valor local de la pendiente de la línea de energía en la sección de aforo, asumiendo como condición de contorno aguas abajo la existencia del muro aforador construido. Para la aplicación

del mismo se utilizaron relevamientos de 4 secciones transversales aguas arriba del muro. Lo cálculos del flujo gradualmente variado mostraron que el flujo no es uniforme (debido a la presencia del vertedero), variando la pendiente de la línea de energía en función del caudal desde 0.0005 m/m a 0.0017 m/m (Weber y Tarrab, 2003c).

La calibración del modelo se efectuó a través de un conjunto de perfiles de velocidad típicos que cubrieron el rango experimental; los valores de  $\lambda$  y  $n$  se mantuvieron constantes en la sección, para distintas profundidades, pero variando lateralmente.

Los valores del  $n$  de Manning considerados fueron los mismos que los utilizados en el modelo HEC-RAS. En el cauce principal se adoptó el valor de 0,031 (tramos 6 y 7 de la Figura 4) y 0,05 para los demás tramos. Estos valores se estimaron en función de la morfología del cauce. Las viscosidades adimensionales de torbellino ( $\lambda$ ) utilizadas fueron: 0,5 en el cauce principal, 0,2 en los taludes y en las márgenes 1,0. Estos valores surgieron en base a lineamientos previos (Knight et al., 1989; Weber y Tarrab, 2003a). Para la aplicación del modelo analítico se utilizó como pendiente  $S_o$  la pendiente de la línea de energía  $S_p$  obtenida a través de la aplicación del modelo HEC-RAS.

En la Figura 9 se muestran las estimaciones de la distribución lateral de velocidades predichas por el modelo SKM utilizando como condición de borde la profundidad máxima de flujo medida, y del modelo DCM en el cual la condición de borde es el caudal dato.

De los 10 casos estudiados, sólo se presentan aquí los resultados correspondientes a tres de ellos, por razones de brevedad. En ese sentido, se han seleccionado los casos 1, 4 y 10 asociados a condiciones de aguas bajas, medias y altas, respectivamente. En las figuras siguientes (Figura 21 a Figura 23) se muestran los perfiles laterales de velocidad predichos tanto por el modelo SKM como por el DCM (HEC-RAS) a los casos 1, 4 y 10.

Para aguas bajas (caso 1), se observa un desempeño pobre de ambos modelos, mientras que para aguas altas (caso 4) el modelo SKM ajusta mejor el perfil ya que al considerar la difusión de *momentum* desde el cauce principal a las márgenes estima de manera aceptable las velocidades en los tramos de baja profundidad de flujo.

La dificultad observada en los casos de aguas bajas, responde según Weber y Tarrab (2003c) a la gran variabilidad relativa de la profundidad debida a los cambios morfológicos del cauce, por un lado, y por otro a la incertidumbre propia de los datos en función de la metodología utilizada para su recolección.

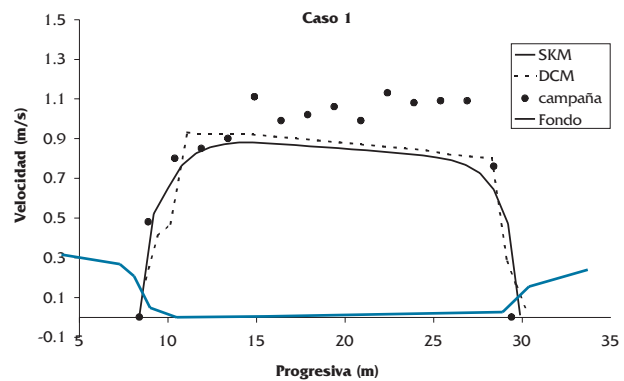


Figura 21. Resultados caso 1 – río La Suela

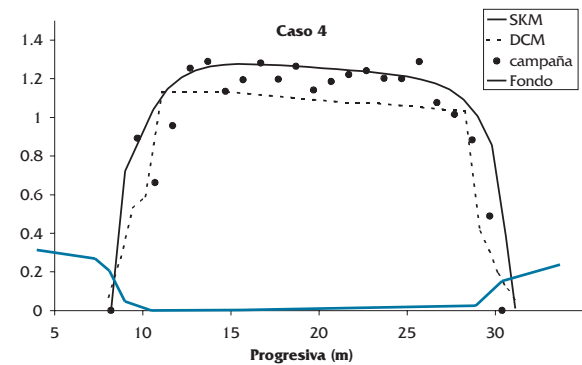


Figura 22. Resultados caso 4 – río La Suela

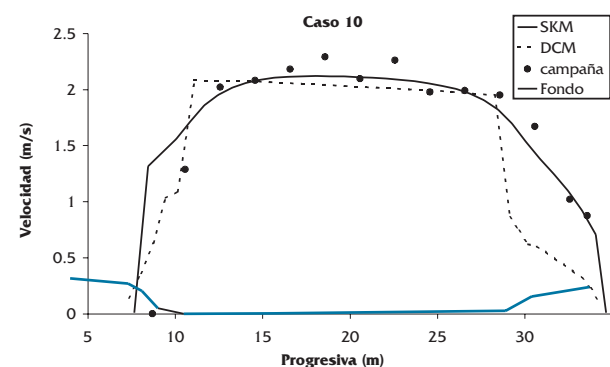


Figura 23. Resultados caso 10 – río La Suela

## CONCLUSIONES

El modelo analítico de Shiono y Knight ha demostrado una amplia versatilidad en la predicción de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales de muy diversa escala, desde ríos

muy pequeños y de montaña como el río La Suela hasta grandes ríos de llanura como el río Paraná. En todos los casos el modelo SKM ha sido un mejor predictor de la hidrodinámica del cauce que su alternativa el modelo DCM. Las principales desventajas de este último radican en su imposibilidad de computar la transferencia lateral de cantidad de movimiento originada por el mismo gradiente de velocidad existente, lo cual lo lleva en general a sobreestimar las velocidades en el cauce principal y subestimarlas en las márgenes, hecho éste aún más notable a medida que la profundidad de flujo aumenta. Si bien es posible ajustar los valores del parámetro del modelo DCM ( $n$  de Manning) de modo que pueda representar el perfil de velocidades existente en un caso particular, es necesario incrementar de tal modo el número de tramos y de valores de  $n$  que se atenta contra la principal ventaja de este método, que es su simplicidad. La principal limitación del modelo SKM es la necesidad de resolver una ecuación diferencial en lugar de utilizar una simple fórmula. Sin embargo, los resultados mostrados en este trabajo muestran que la ganancia obtenida con el SKM para estimar la distribución lateral de velocidades en cauces naturales es suficientemente significativa como para recomendar su utilización.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abril, B. (2003). *Benchmark comparisons of the analytical and finite element solutions of the SKM*. Technical Report EPSRC Research Grant – GR/R54880/01. University of Birmingham, UK.
- Cunge, J., Holly, F., Verwey, A. (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Pitman, Boston.
- Dasso, C. (1977). *Investigación del escurrimiento subsuperficial en la Cuenca del Río la Suela*, Informe Final de Beca, Centro de Investigaciones Hídricas de la Región Semiárida, Villa Carlos Paz, Córdoba, Argentina.
- Einstein, H. A., Banks, R. B. (1950). "Fluid resistance of composite roughness". *Transactions, American Geophysical Union* Vol. 31 No. 4, pp. 603-610.
- HEC (2001). *HEC – RAS Hydraulic Reference Manual*, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, CA.
- Knight D. W., Shiono, K., Pirt, J. (1989). "Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow". *Proceedings of the International Conference on Hydraulic and Environmental Modelling of Coastal, Estuarine and River Waters*, pp. 419-428. Bradford.
- Lotter, G. K. (1933). "Soobrazheniia k gidravlicheskomu raschetu rusel s razlichnoi sherokhovatostiu stenok (Considerations on hydraulic design of channels with different roughness of walls)". *Izvestiia Vsesoiuznogo NuachnoIssledovatel'skogo Instituta Gidrotekhniki (Transactions, All-Union Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering)* Vol. 9 pp. 238-241. Leningrad.
- Menéndez, A. (2003). "Selection of optima mathematical models for fluvial problems". *Proceedings of 3rd IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*. Barcelona, Spain.
- Ministerio de Obras y Servicios Públicos de la República Argentina (MOP). (1973) *Estudio hidrológico y sedimentológico del río Alto Paraná: tramo Iguazú-Posadas*. Comisión Nacional de la Cuenca del Plata (CONCAP), Dirección Nacional de Construcciones Portuarias y Vías Navegables (DNCPyVN) y Empresa Nacional de Agua y Energía Eléctrica (AyEE).
- Shiono, K., Knight, D. W. (1988). "Two-dimensional analytical solution for a compound channel". In Y. Iwasa, N. Tamai & A. Wada (eds.), *Proceedings of 3rd International Symposium on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements* pp. 503-510. Tokyo, Japan.
- Shiono, K., Knight, D. W. (1991). "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel". *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 222 pp. 617-646. Great Britain.
- Tarrab, L. (2004). *Estimación de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales: ríos argentinos*. Trabajo final de Ingeniería Civil - Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Tarrab, L., Weber, J. F. (2004). Predicción del Coeficiente de Mezcla Transversal en Cauces Naturales. *Mecánica Computacional*, XXIII, 1343-1355. Asociación Argentina de Mecánica Computacional, San Carlos de Bariloche. ISSN: 1666-6070.
- Tarrab, L., Weber, J. F. (2004). El Método de la Distribución Lateral de Velocidades Aplicado a la Estimación de la Relación Altura Caudal en tres ríos Argentinos. *XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, São Pedro, Estado De São Paulo, Brasil, Octubre, 2004.
- Wark, J.B., Samuels, P.G., Ervine, D.A. (1990). "A practical method of estimating velocity and discharge in a compound channel". In White, W. R. (ed.), *River flood hydraulics* pp. 163-172. John Wiley & Sons, Chichester, UK.
- Weber, J. F. (2003). *Modelación integrada uni y bidimensional de flujo en planicies de inundación*. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería – Mención en Recursos Hídricos - Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Weber, J. F., Menéndez, A. N. (2003a). "Modelo LATERAL para simular la distribución lateral de velocidades en cauces naturales". *Mecánica Computacional* Vol. 22. Bahía Blanca, Argentina.

- Weber, J. F., Menéndez, A. N. (2003b). Desempeño de modelos de distribución lateral de velocidades en canales de sección compuesta. *Primer Simposio Regional sobre Hidráulica de Ríos, RIOS2003*, Buenos Aires, noviembre de 2003, Argentina.
- Weber, J. F., Tarrab, L. (2004). Predicción de la relación altura-caudal a través de un modelo analítico hidrodinámico: caso Alto Río Paraná. *Cuadernos del Curigram*, 9.2, 101-108. ISSN 1514-2906. UNR Editora, Rosario, Argentina.
- Weber, J. F., Tarrab, L. (2003a). "Modelación de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales – caso Alto Río Paraná". *Mecánica Computacional* Vol. 22. Bahía Blanca, Argentina.
- Weber, J. F., Tarrab, L. (2003b). Modelo analítico de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales – caso Río Colorado. *VIII Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones, FLUIDOS 2003*, Tandil, noviembre 2003, Argentina.
- Weber, J. F., Tarrab, L. (2003c). Estudio de la hidrodinámica en cauces de montaña: caso Río La Suela. *Primer Simposio Regional sobre Hidráulica de Ríos, RIOS2003*, Buenos Aires, noviembre de 2003.

